MAC 0329 – Álgebra Booleana e Aplicações

Primeiro semestre de 2007

Lista de exercícios 1 — Data máxima para entrega: 21/03/2007

1. (2 pontos) As afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas? Justifique.

   a) $A \cap B = A \cap C$ implica que $B = C$

   b) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$ (Veja a definição de diferença de conjuntos $\setminus$ na página 6 da nota de aulas sobre conjuntos).

2. (2 pontos) Seja $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$, ou seja, o conjunto de divisores de 30. Defina operações binárias $+$ e $\cdot$ e uma operação unária $\bar{}$ da seguinte forma: para quaisquer $a_1, a_2 \in A$,

$$a_1 + a_2 = \text{o mínimo múltiplo comum entre } a_1 \text{ e } a_2$$
$$a_1 \cdot a_2 = \text{o máximo divisor comum entre } a_1 \text{ e } a_2$$
$$\overline{a}_1 = 30/a_1$$

   Quais são os elementos identidade com respeito a $+$ e $\cdot$? Mostre que A com as três operações acima é uma álgebra booleana.

3. (2 pontos) Mostre que em uma álgebra booleana $\langle A, +, \cdot, \bar{}, 0, 1\rangle$, para quaisquer $x, y, z \in A$, $x\,y + y\,z + \overline{x}\,z = x\,y + \overline{x}\,z$.

4. (2 pontos) Mostre que em uma álgebra booleana $\langle A, +, \cdot, \bar{}, 0, 1\rangle$, para quaisquer $x, y \in A$, $x\,\overline{y} = 0$ se, e somente se, $x\,y = x$.