MAC 0329 – Álgebra Booleana e Aplicações

Primeiro semestre de 2007

Lista de exercícios 2 — Data máxima para entrega: 09/04/2007

OBS.: Entregar apenas os exercícios pontuados

1. Mostre por indução que todo subconjunto finito de um reticulado tem um ínfimo e um supremo.

2. Mostre que em qualquer álgebra booleana,

   a) os elementos $x + y$ e xy são respectivamente o supremo e o ínfimo de $\{x, y\}$.

   b) $x + y = y$ se, e somente se, $xy = x$.

   c) se $y \leq z$ então $x\,y \leq x\,z$ e $x + y \leq x + z$ para todo $x \in A$.

   d) (2 pontos) $xy \leq x \leq x + y$, para todo x e y em A,

   e) (1 ponto) $0 \leq x \leq 1$, para todo x em A.

3. Dado $A = \{0, 1, \overline{a}, a\}$, a função definida pela seguinte tabela é booleana?

x	$f(x)$
0	a
1	a
$\overline{a}$	$\overline{a}$
a	$\overline{a}$

4. Dada a álgebra booleana $\langle A, +, \cdot, ^{-}, 0, 1\rangle$ com $A = \{0, 1, a, \overline{a}\}$, construa a tabela-verdade da função correspondente à expressão $\overline{a}x + a\overline{y}$.

5. (2 pontos) Dada $A = \{0, 1, \overline{a}, a\}$, seja f uma função booleana em duas variáveis tal que

$$\begin{aligned} f(0,0) &= 0 \\ f(0,1) &= 1 \\ f(1,0) &= \overline{a} \\ f(1,1) &= a \end{aligned}$$

   Determine $f(a, 1)$.

6. (3 pontos) Se $f : A^n \rightarrow A$ é uma função booleana e a é um elemento de A, mostre que a função em $n - 1$ variáveis $g : A^{n-1} \rightarrow A$ definida por

$$g(x_2, \ldots, x_n) = f(a, x_2, \ldots, x_n)$$

   é também uma função booleana.

7. (1 ponto) Escreva $f(a, b, c, d) = (a + b)c\overline{d} + (a + b)\overline{c}d$ nas formas SOP e POS canônicas.