

MAC 0329 – Álgebra Booleana e Aplicações

Primeiro semestre de 2007

Lista de exercícios 3 — Data máxima para entrega: 28/05/2007

OBS.: Entregar apenas os exercícios pontuados

1. (2 pontos) Seja f uma função booleana.
 - a) O que é uma forma SOP minimal de f ?
 - b) O que é um implicante de f ? O que é um implicante primo de f ?
 - c) Qual a relação entre implicantes primos de f e uma forma SOP minimal de f ?
 - d) A função f pode ter mais de uma forma SOP minimal? Se sua resposta for sim, mostre um exemplo; se for não, explique.
2. No exercício anteriores, se f possuir don't cares (isto é, se existirem entradas para as quais o valor de f não importa), os conceitos acima continuam válidos? Explique.
3. No algoritmo de Quine-McCluskey, após o cálculo de implicantes primos de uma função booleana f , utiliza-se a tabela de implicantes primos para cálculo de uma cobertura mínima de f .
 - a) O que é uma cobertura mínima de f ?
 - b) Qual o número inicial de linhas e de colunas na tabela de implicantes primos?
 - c) Na tabela de implicantes primos, como se identifica um implicante primo essencial? Qual o seu significado?
 - d) Na tabela de implicantes primos, o que é uma linha dominada? Quando e por que linhas dominadas podem ser desconsideradas (eliminadas)?
 - e) Na tabela de implicantes primos, o que é uma coluna dominante? Por que colunas dominantes podem ser desconsideradas (eliminadas)?
 - f) O que é uma tabela cíclica?
4. Encontre uma forma SOP minimal de $f(a, b, c, d) = \sum m(0, 1, 4, 5, 12, 13)$,
 - a) usando mapas de Karnaugh
 - b) usando o algoritmo de Quine-McCluskey.
5. (3 pontos) Encontre uma forma SOP minimal e uma forma POS minimal da função $f(a, b, c, d) = \sum m(0, 2, 8, 9) + \sum d(1, 13)$.
 - a) Usando mapas de Karnaugh
 - b) usando o algoritmo de Quine-McCluskey
 - c) Compare as duas formas minimais obtidas. Discuta.

6. Considere uma função de 4 entradas que produz como saída o valor 1 sempre que um número ímpar de entradas é 1.
- Escreva a tabela-verdade da função.
 - Desenhe o mapa de Karnaugh da função e encontre a forma SOP minimal.
 - Se portas XOR puderem ser usadas, você consegue pensar em uma forma mais econômica para implementar esta função?
7. Minimize a função de múltiplas saídas $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3)$ dada pela seguinte tabela, para implementação em PLA. Desenhe o PLA que realiza \mathbf{f} .

$a b c$	f_1	f_2	f_3
000	1	0	0
001	1	0	1
010	1	1	0
011	0	1	1
100	0	0	1
101	1	1	1
110	0	1	1
111	0	0	0

8. Encontre uma realização (conjunta) mínima na forma SOP para as seguintes funções, usando mapas de Karnaugh.

$$f_\alpha(a, b, c, d) = \sum m(0, 2, 7, 10) + d(12, 15)$$

$$f_\beta(a, b, c, d) = \sum m(2, 4, 5) + d(6, 7, 8, 10)$$

$$f_\gamma(a, b, c, d) = \sum m(2, 7, 8) + d(0, 5, 13)$$

9. Repita o exercício anterior, usando o algoritmo de Quine-McCluskey.
10. Utilize ESPRESSO para minimizar a função com múltiplas saídas $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3)$ dadas a seguir:

$$f_1(a, b, c, d, e) = \sum m(2, 8, 10, 12, 18, 26, 28, 30) + d(0, 14, 22, 24)$$

$$f_2(a, b, c, d, e) = \sum m(2, 3, 6, 10, 18, 24, 26, 27, 29) + d(8, 19, 25, 31)$$

$$f_3(a, b, c, d, e) = \sum m(1, 3, 5, 13, 16, 18, 25, 26) + d(0, 7, 9, 17, 24, 29)$$

Rode ESPRESSO com e sem a opção `-Dexact`. Há alguma diferença nos resultados? Qual o significado disso?

11. Considere um subtrator entre números de 2 bits. As entradas a, b e c, d ($a, b, c, d \in \{0, 1\}$) do circuito correspondem, respectivamente, a dois números binários N_1 e N_2 (ou seja, $N_1 = ab$ e $N_2 = cd$). As saídas f, g ($f, g \in \{0, 1\}$) do circuito correspondem à diferença $N_1 - N_2$ (ou seja, $N_1 - N_2 = fg$). Suponha que $N_1 \geq N_2$.
- Escreva a tabela-verdade das funções f e g .
 - Encontre uma forma SOP minimal de f e de g .
 - Encontre uma forma POS minimal de f e de g .
 - Minimize conjuntamente as funções f e g , na forma SOP e na forma POS.
 - Compare os resultados obtidos em (b), (c) e (d). Discuta.

12. Código BCD refere-se à codificação de dígitos decimais de 0 a 9 pela respectiva representação binária. Para tanto são necessários 4 bits. As combinações binárias de 0000 a 1001 são utilizadas para codificação e as demais não são utilizadas.

O incremento por 1 do código BCD pode ser definido pela seguinte tabela-verdade:

$abcd$	$wxyz$
0000	0001
0001	0010
0010	0011
0011	0100
0100	0101
0101	0110
0110	0111
0111	1000
1000	1001
1001	0000
1010	XXXX
...	...
1111	XXXX

Em outras palavras, pode-se pensar esta tabela-verdade como representando 4 funções (w, x, y, z), cada uma com 4 entradas ($a, b, c, e d$).

Utilize o programa ESPRESSO para obter a minimização individual e conjunta dessas funções. Compare o custo para implementação desses dois casos.

13. (3 pontos) Mostre como fica em PLA a realização de um circuito com múltiplas saídas cuja entrada é um dígito BCD e cujas saídas são:

f_1 : detecta dígitos de entrada que são divisíveis por 4

f_2 : detecta números maiores ou iguais a 3

f_3 : detecta números menores que 7

Utilize o algoritmo de Quine-McCluskey para calcular os implicantes primos.

14. *Gray code* é o nome que se dá à seqüência de números em binário ordenados de forma que quaisquer dois números adjacentes na seqüência diferem em apenas um bit. Por exemplo, o *gray code* para 4 bits é dado por

0000, 0001, 0011, 0010, 0110, 0111, 0101, 0100, 1100, 1101, 1111, 1110, 1010, 1011, 1001, 1000

Deseja-se projetar um circuito que converte código BCD em *gray code*. Note que apenas os 10 primeiros números da seqüência acima deverão ser utilizados.

Escreva a tabela verdade correspondente a esse circuito e calcule a minimização conjunta das funções.

15. (3 pontos) Deseja-se projetar um multiplicador combinacional para números binários de 2 bits. Seja ab o primeiro número de 2 bits e cd o segundo número de 2 bits a serem multiplicados. Denote o resultado da multiplicação pelos bits $wxyz$.

a) Escreva a tabela-verdade para as funções w, x, y, z .

b) Encontre uma realização (conjunta) mínima para as funções w, x, y, z .