

MAC0329 – Álgebra Booleana e Aplicações

Nina S. T. Hirata — DCC / IME / USP

Lista 1 — Data de entrega : 25/03/2004

OBS.: A solução dos exercícios deve ser apresentada de forma completa e clara (justificativas onde necessário). Aspectos como português confuso, diagramas difíceis de entender ou derivações “mágicas” poderão implicar descontos na nota total.

1. A seguinte generalização de uma das leis de De Morgan é válida ? Explique sua resposta.

$$(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n)^c = A_1^c \cup A_2^c \cup \dots \cup A_n^c$$

2. Desenhe a relação $X \subseteq Y$ num diagrama de Venn. Quais igualdades (e não relações) envolvendo os conjuntos X e Y são verdadeiras quando $X \subseteq Y$? Liste pelo menos três.

3. Simplifique algebricamente as seguintes expressões:

a) $(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})(\overline{B} + C)(A + \overline{C})$

b) $w\overline{y} + w\overline{x}y + wxyz + wx\overline{z}$

4. Encontre uma expressão equivalente a $\overline{a(b + z(x + \overline{a}))}$ onde todos os produtos com variáveis complementadas são variáveis individuais (produtos com uma literal apenas).

5. Verifique se as seguintes igualdades/afirmações são válidas. Justifique algebricamente ou mostre um contra-exemplo.

a) Se $A \cup B = A \cup C$ então $B = C$

b) $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = A^c \cup B^c$

c) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$

d) $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$

e) $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

f) $A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A \cup C)$

6. Ache uma menor expressão em \vee , \wedge e \neg que seja logicamente equivalente a $((p \rightarrow q) \rightarrow q) \rightarrow p$ (menor expressão significa aquela que envolve o menor número possível de literais e operações). Sua resposta deve mostrar claramente de que forma foi obtida tal expressão.

7. Prove ou mostre que não é verdade:

a) $[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \Rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (r \vee s)]$

b) $[(p \wedge q) \rightarrow r] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$ é uma tautologia.