

Transformada Imagem-Floresta (IFT)

Prof. Dr. Paulo A. V. de Miranda
Instituto de Matemática e Estatística (IME),
Universidade de São Paulo (USP)
pmiranda@vision.ime.usp.br



Caminhos no grafo

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta
Motivação
Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Floresta de
espalhamento
Transformada
Imagem-Floresta
Transformada
Imagem-Floresta
Transformada
Imagem-Floresta
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade

- Um caminho π no grafo $G = (\mathcal{D}_I, \mathcal{A})$ é uma sequência de pixels distintos $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$, onde $(p_i, p_{i+1}) \in \mathcal{A}$, $i = 1, 2, \dots, n - 1$. p_1 é a origem $org(\pi)$ do caminho e p_n é o destino $dst(\pi)$.
- $\pi_t = \langle p_1, p_2, \dots, p_n = t \rangle$ é um caminho com término em um pixel t .
- $\pi_{s \rightsquigarrow t} = \langle p_1 = s, p_2, \dots, p_n = t \rangle$ é um caminho com origem em s e término em t .
- O caminho π é dito **trivial** se $\pi = \langle p_1 \rangle$.
- Seja π um caminho que termina em um pixel p e $(p, q) \in \mathcal{A}$, então $\pi \cdot \langle p, q \rangle$ é dito o caminho resultante da concatenação de π e $\langle p, q \rangle$ com as duas instâncias de p se fundindo em uma.
- Um pixel q é dito **conexo** a um pixel p se existir um caminho de p a q em $G = (\mathcal{D}_I, \mathcal{A})$.



Funções de conexidade

Caminhos no grafo

Funções de conexidade

Funções de conexidade

Funções de conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas podem ser resolvidos?

Floresta de espalhamento

Floresta de espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de prioridade

- Uma função de conexidade $f(\pi)$ associa um valor escalar a qualquer caminho no grafo $G = (\mathcal{D}_I, \mathcal{A})$, com base em propriedades da imagem ao longo deste caminho.
- Em segmentação, por exemplo, propriedades locais da imagem (vetor de atributos) e globais do objeto desejado (textura, cor e forma) podem ser exploradas no cálculo de $f(\pi)$ para indicar a força de conexidade entre seus nós terminais através do caminho π .

Funções de conexão

As funções de conexão são especificadas por uma regra de inicialização e uma regra de extensão de caminho.

$$f_{\max}(\langle t \rangle) = H(t)$$

$$f_{\max}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \max\{f_{\max}(\pi_s), w(s, t)\} \quad (1)$$

$$f_{\text{sum}}(\langle t \rangle) = H(t)$$

$$f_{\text{sum}}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = f_{\text{sum}}(\pi_s) + w(s, t) \quad (2)$$

$$f_{\text{euc}}(\langle t \rangle) = \begin{cases} 0 & \text{if } t \in \mathcal{S} \\ +\infty & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$f_{\text{euc}}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \|t - R(s)\|^2 \quad (3)$$

onde $H(t)$ é um valor inicial, $R(s) = \text{org}(\pi_s)$, $w(s, t)$ é um peso de arco ($w(s, t) \geq 0$ em f_{sum}), e $\mathcal{S} \subset \mathcal{D}_I$ é um conjunto de sementes.

Caminhos no grafo

Funções de conexão

Funções de conexão

Funções de conexão

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas podem ser resolvidos?

Floresta de espalhamento

Floresta de espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de prioridade

Funções de conectividade

As funções f_{\max} e f_{sum} são casos particulares de funções f_{mi} monotonicamente incrementais.

$$\begin{aligned} f_{mi}(\langle t \rangle) &= H(t), \\ f_{mi}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) &= f_{mi}(\pi_s) \odot (s, t), \end{aligned} \quad (4)$$

onde $\odot : \mathcal{V} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{V}$ é uma operação binária entre o valor de um caminho e um arco que satisfaz as condições:

- **(M1)** $a \geq b \Rightarrow a \odot (s, t) \geq b \odot (s, t)$,
- **(M2)** $a \odot (s, t) \geq a$,

para $a, b \in \mathcal{V}$ e quaisquer arcos $(s, t) \in \mathcal{A}$. Uma característica essencial deste modelo de função é que \odot depende apenas do valor de π_s , e não de qualquer outra propriedade deste caminho.

Caminhos no grafo

Funções de

conectividade

Funções de

conectividade

Funções de

conectividade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Floresta de

espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade



Caminho Ótimo

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada
Imagem-Floresta
Motivação
Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Floresta de
espalhamento
Transformada
Imagem-Floresta
Transformada
Imagem-Floresta
Transformada
Imagem-Floresta
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade

- Um caminho π_t é **ótimo** se $f(\pi_t) \leq f(\tau_t)$ para qualquer outro caminho τ_t , independentemente de sua raiz.
- Para cada nó $t \in \mathcal{D}_I$, temos um valor único $V(t)$ que armazena o valor de um caminho ótimo com término em t :

$$V(t) = \min_{\forall \pi_t \in (\mathcal{D}_I, \mathcal{A})} \{f(\pi_t)\}. \quad (5)$$



Transformada Imagem-Floresta

Caminhos no grafo

Funções de

conexidade

Funções de

conexidade

Funções de

conexidade

Caminho Ótimo

Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada
Imagem-Floresta

Transformada
Imagem-Floresta

Transformada
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

A transformada imagem-floresta (IFT - *Image Foresting Transform*) reduz problemas de processamento de imagem baseados em conexidade ao cálculo:

- de uma **floresta de caminhos ótimos** no grafo derivado da imagem,
- seguido de um pós-processamento simples de atributos da floresta resultante.



Motivação

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Floresta de
espalhamento
Transformada
Imagem-Floresta
Transformada
Imagem-Floresta
Transformada
Imagem-Floresta
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade

- **Unificação:** Vários operadores de imagem são derivados de um algoritmo geral. Isto favorece
 - ◆ implementações baseadas em hardware,
 - ◆ compreender a relação entre alguns operadores de imagem,
 - ◆ possíveis extensões



Motivação

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta
Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Floresta de
espalhamento
Transformada
Imagem-Floresta
Transformada
Imagem-Floresta
Transformada
Imagem-Floresta
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade

- **Eficiência:** A maioria dos operadores de imagem podem ser implementados em tempo linear e otimizações adicionais são possíveis com cálculo diferencial, e paralelo, e para algumas aplicações específicas.
- **Simplicidade:** Os operadores de imagem são reduzidos a escolha de poucos parâmetros no algoritmo da IFT e um processamento local de sua saída.



Quais problemas podem ser resolvidos?

Caminhos no grafo

Funções de

conexidade

Funções de

conexidade

Funções de

conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Floresta de

espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade

- **Transformadas de distância e operadores relacionados:**
Euclidean distance transform, multiscale skeletonization, fractal dimensions, filtragem de formas, shape saliences, descritores de forma, geodesic paths, etc.
- **Filtragem e segmentação de imagens:**
Morphological reconstructions, segmentação via watershed transforms, perseguição de bordas (live wire, riverbed), growcut por autômato celular, e fuzzy-connected components.
- **Reconhecimento de padrões:**
Data clustering e classificação supervisionada de padrões.



Floresta de espalhamento

Caminhos no grafo

Funções de

conexidade

Funções de

conexidade

Funções de

conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade

- Um *mapa de predecessores* é um função P que atribui para cada nó t em \mathcal{D}_I algum outro nó adjacente em \mathcal{D}_I , ou uma marca distintiva $nil \notin \mathcal{D}_I$ — caso em que t é dito ser uma *raiz* do mapa.
- Uma *floresta de espalhamento* “é” um mapa de predecessores que não contém ciclos — isto é, um que leva cada pixel para nil em um número finito de iterações.
- Para qualquer pixel $t \in \mathcal{D}_I$, uma floresta de espalhamento P define um caminho π_t^P recursivamente como $\langle t \rangle$ se $P(t) = nil$ e $\pi_s^P \cdot \langle s, t \rangle$ se $P(t) = s \neq nil$.



Floresta de espalhamento

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

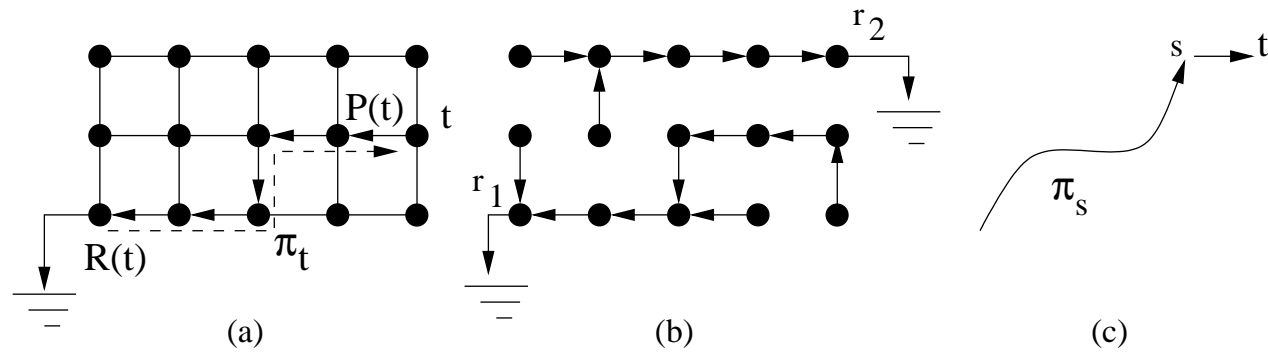
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



- O predecessor $P(t)$ de cada nó t leva a um nó raiz $R(t)$ e $P(R(t)) = nil$.
- Um caminho π_t é *trivial* quando $\pi_t = \langle t \rangle$ (i.e., $P(t) = nil$).



Transformada Imagem-Floresta

A IFT essencialmente generaliza o algoritmo de Dijkstra para funções de conectividade mais gerais.

Caminhos no grafo

Funções de

conexidade

Funções de

conexidade

Funções de

conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Floresta de

espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade



Transformada Imagem-Floresta

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada
Imagem-Floresta

Transformada
Imagem-Floresta

Transformada
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

Para uma dada função de custo de caminho f :

- **Caminho hereditariamente ótimo:** Um caminho $\pi_{t_n} = \langle t_1, t_2, \dots, t_n \rangle$ é *hereditariamente ótimo* se todos caminhos $\pi_{t_i} = \langle t_1, t_2, \dots, t_i \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n$ são caminhos ótimos.
- **Função de caminho monotônica:** A função f é *monotônica* se para qualquer caminho $\pi_{t_n} = \langle t_1, t_2, \dots, t_n \rangle$ em G temos que $f(\langle t_1, \dots, t_i \rangle) \leq f(\langle t_1, \dots, t_j \rangle)$ sempre que $i \leq j \leq n$.
- **Propriedade de substituição:** A função f tem a propriedade de substituição se para quaisquer caminhos π_s e π'_s terminando em s tal que $f(\pi_s) = f(\pi'_s)$, temos que $f(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = f(\pi'_s \cdot \langle s, t \rangle)$, para qualquer $s \in \mathcal{D}_I$ e $\langle s, t \rangle \in \mathcal{A}$.



Transformada Imagem-Floresta

Para um dado grafo de imagem $G = \langle \mathcal{D}_I, \mathcal{A} \rangle$, considere uma função de caminho monotônica f com a propriedade de substituição. Seja \mathcal{O} o conjunto de todos pixels $t \in \mathcal{D}_I$, tal que existe um caminho hereditariamente ótimo π_t para f . Em qualquer floresta de espalhamento P calculada em G pelo algoritmo da IFT para f , todos os caminhos τ_t^P com $t \in \mathcal{O}$ são caminhos ótimos.

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Funções de conectividade
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo
- Transformada Imagem-Floresta
- Motivação
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Floresta de espalhamento
- Transformada Imagem-Floresta
- Transformada Imagem-Floresta
- Transformada Imagem-Floresta**
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade

Algoritmo da IFT

Algoritmo 1 — ALGORITMO GERAL DA IFT

ENTRADA: Imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, \vec{I})$, adjacência \mathcal{A} , e função de conexão f .

SAÍDA: Imagens $\hat{P} = (\mathcal{D}_I, P)$ de predecessores, e $\hat{V} = (\mathcal{D}_I, V)$ de conexão.

AUXILIARES: Fila de prioridade Q , variável tmp , e vetor de *estado* inicialmente zerado.

1. **Para Cada** $t \in \mathcal{D}_I$, **Faça** $P(t) \leftarrow nil$ e $V(t) \leftarrow f(\langle t \rangle)$. **Se** $V(t) \neq +\infty$, **Então** *insira* t em Q .
2. **Enquanto** $Q \neq \emptyset$, **Faça**
 3. *Remova um pixel* s de Q cujo valor $V(s)$ seja mínimo.
 4. $estado(s) \leftarrow 1$.
 5. **Para Cada** $t \in \mathcal{A}(s)$, tal que $estado(t) = 0$, **Faça**
 6. $tmp \leftarrow f(\pi_s^P \cdot \langle s, t \rangle)$.
 7. **Se** $tmp < V(t)$, **Então**
 8. **Se** $V(t) \neq +\infty$, **Então** *remova* t de Q .
 9. $P(t) \leftarrow s$, $V(t) \leftarrow tmp$, e *insira* t em Q .

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

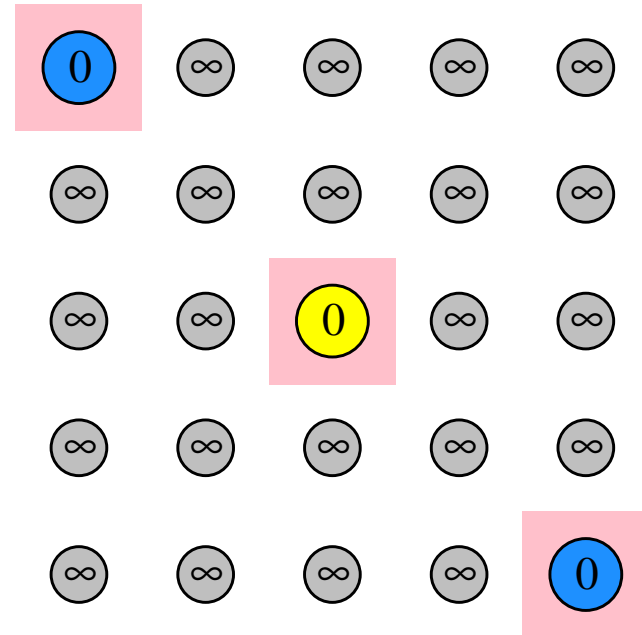
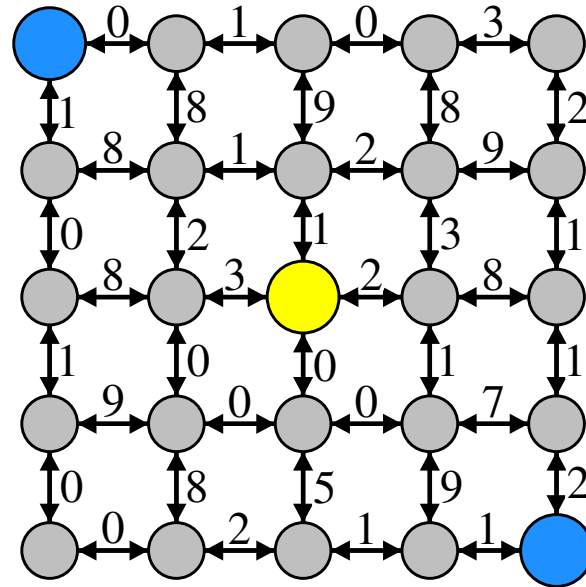
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade





Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada
Imagem-Floresta

Transformada
Imagem-Floresta

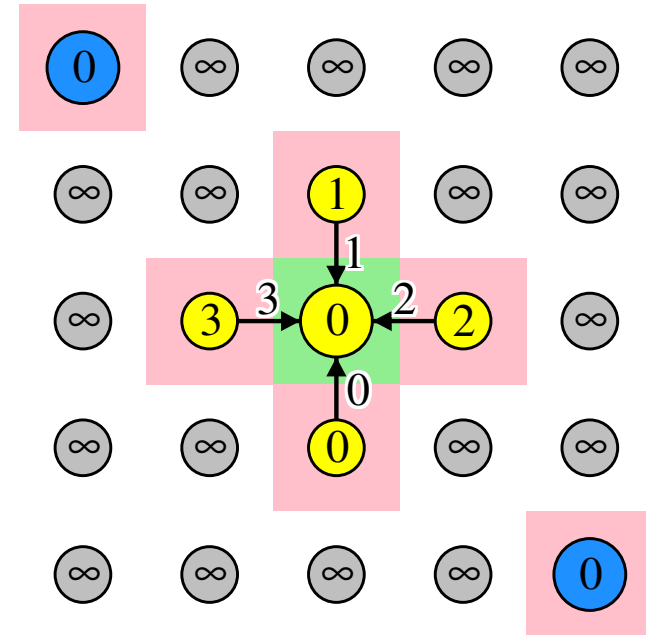
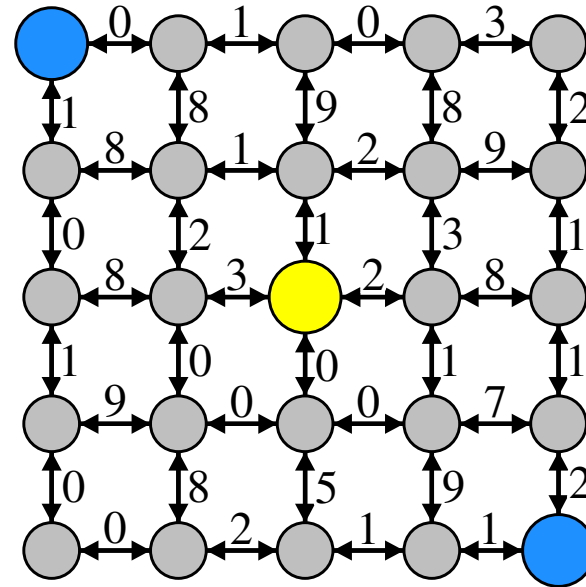
Transformada
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 1 iteração.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

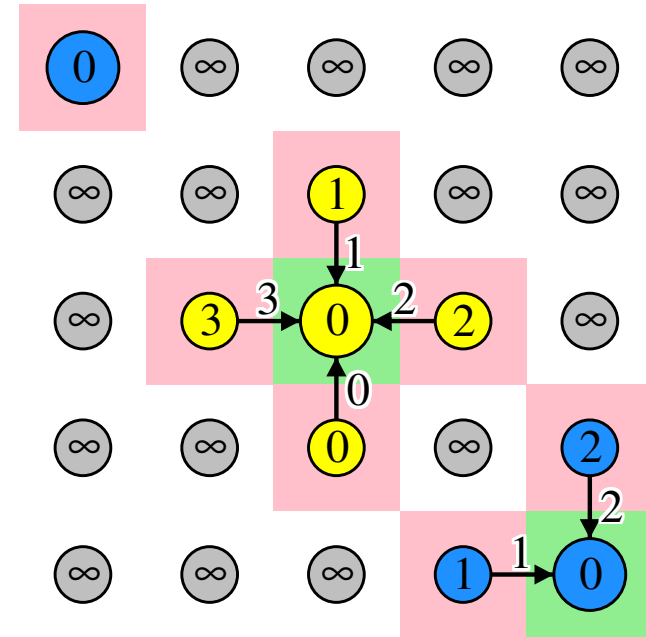
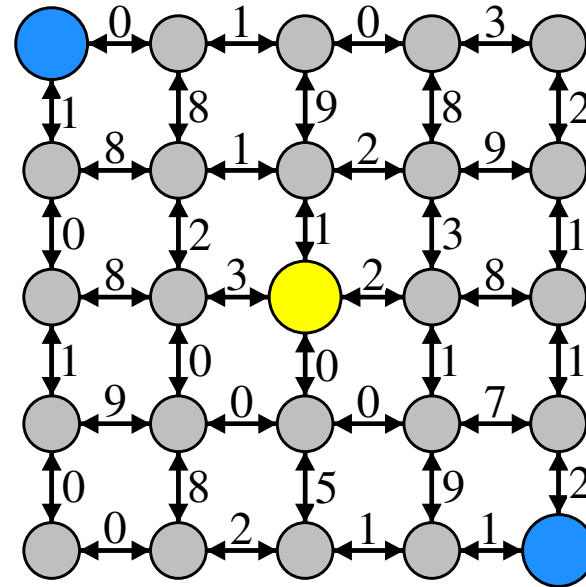
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 2 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

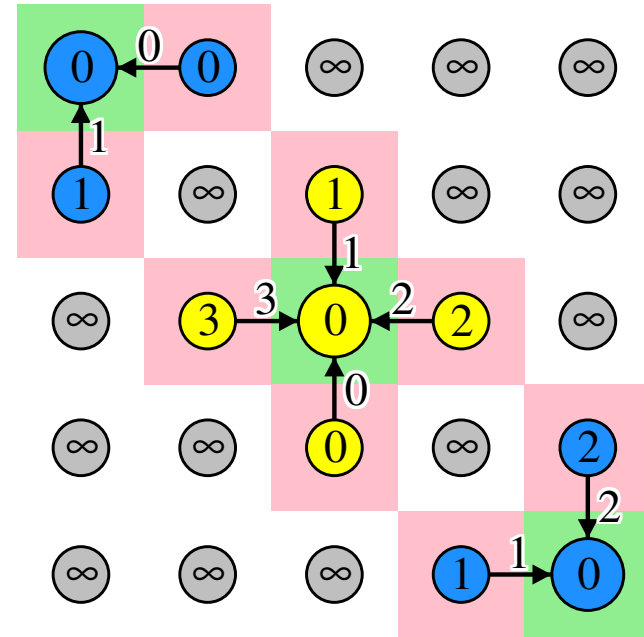
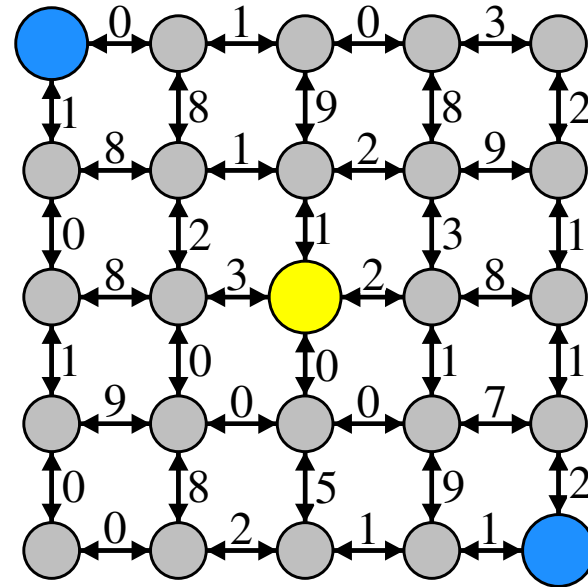
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 3 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

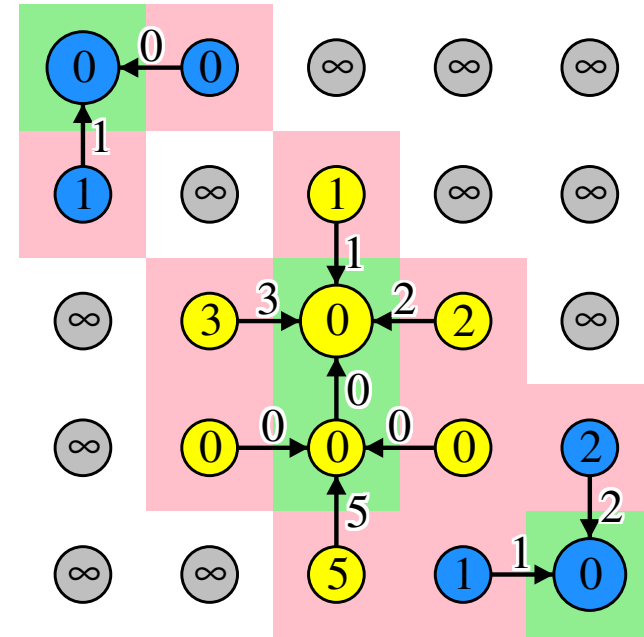
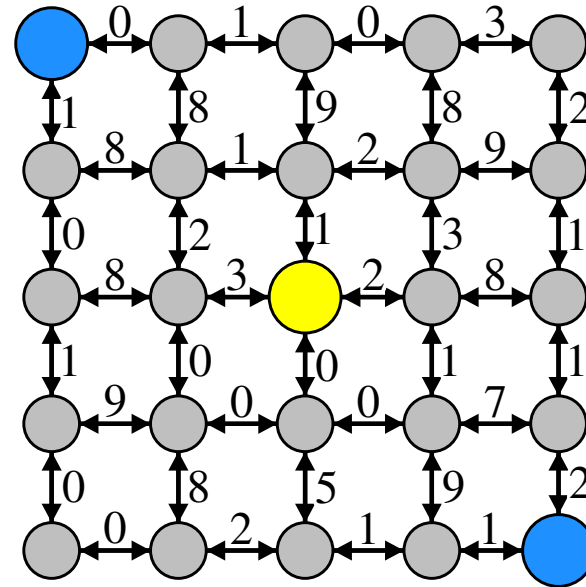
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 4 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

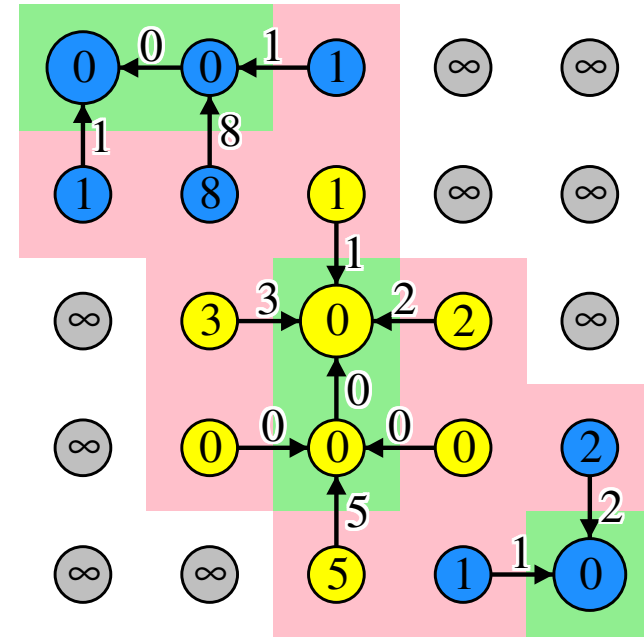
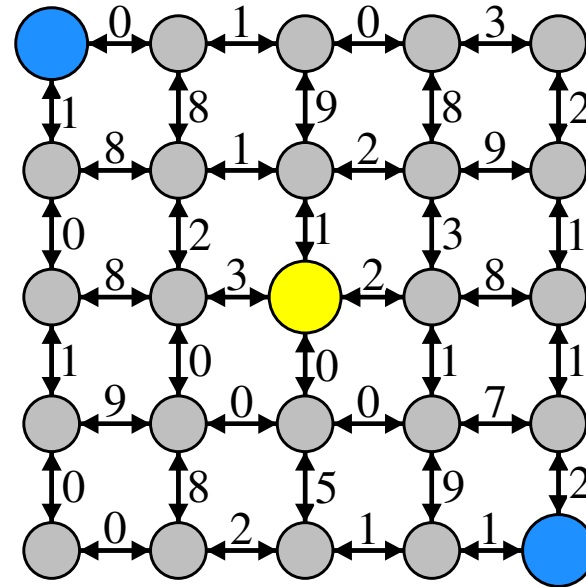
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 5 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

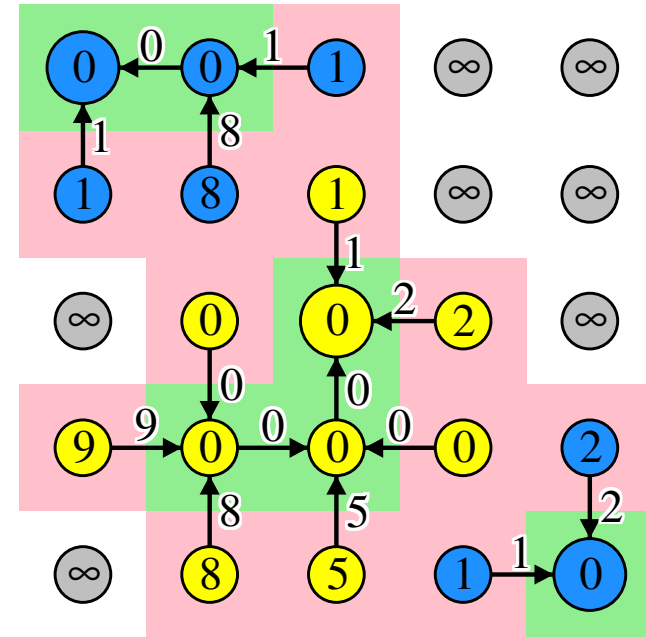
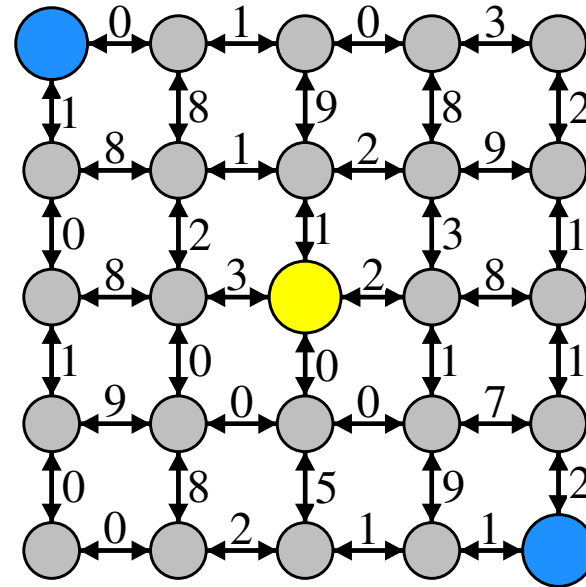
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 6 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

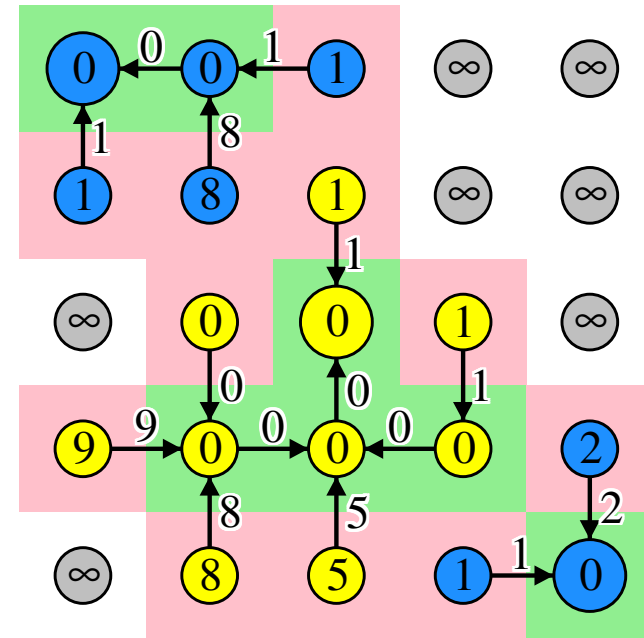
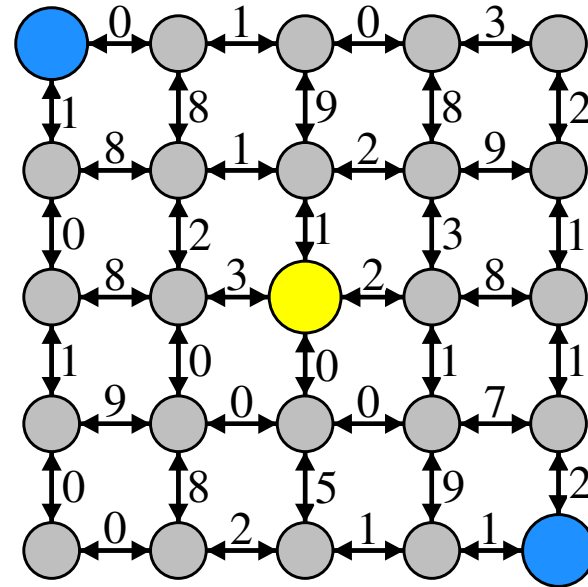
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 7 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

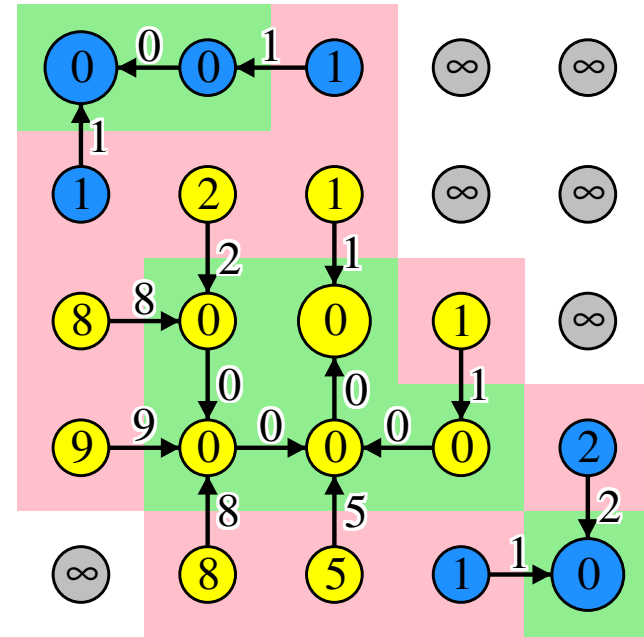
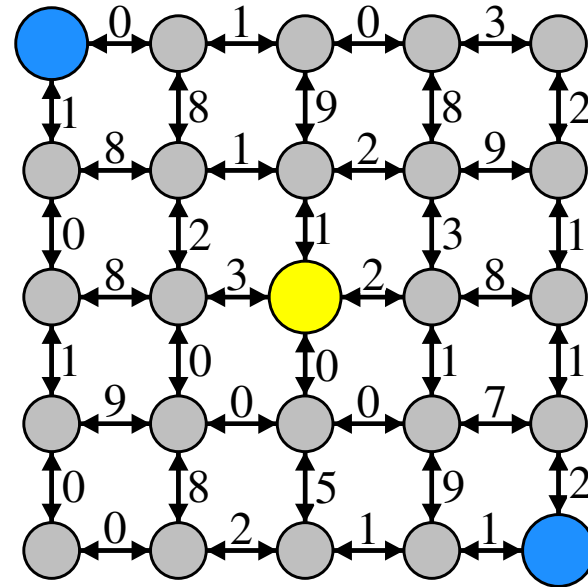
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 8 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

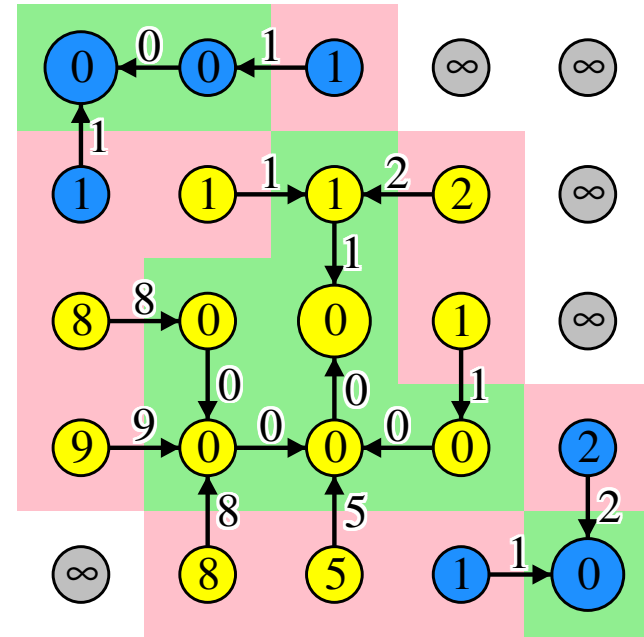
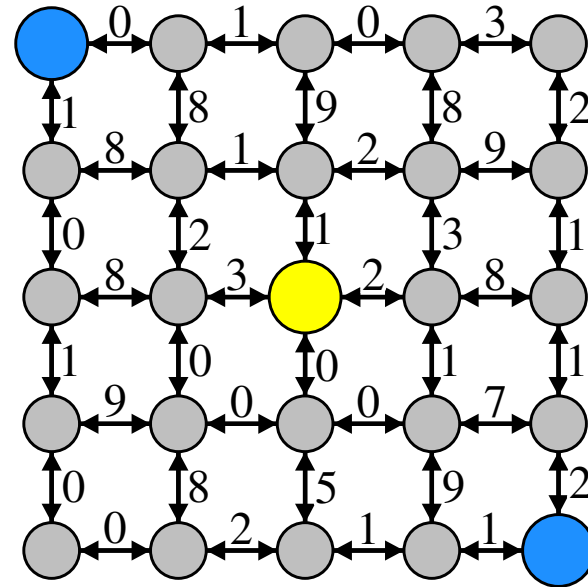
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 9 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

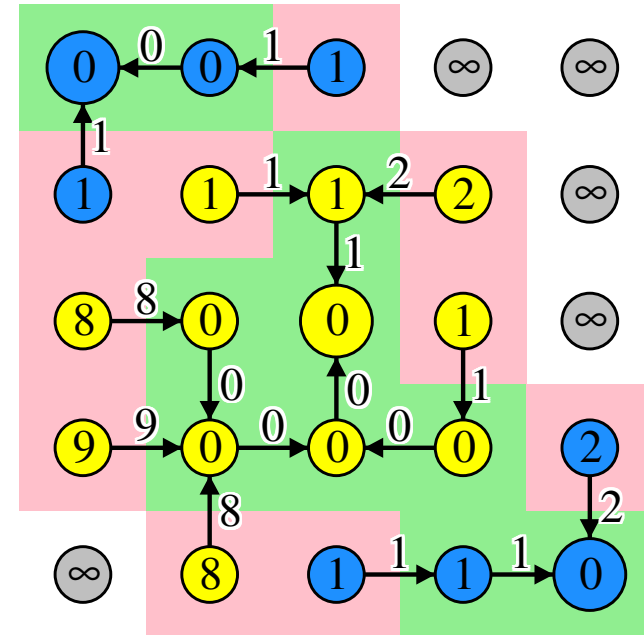
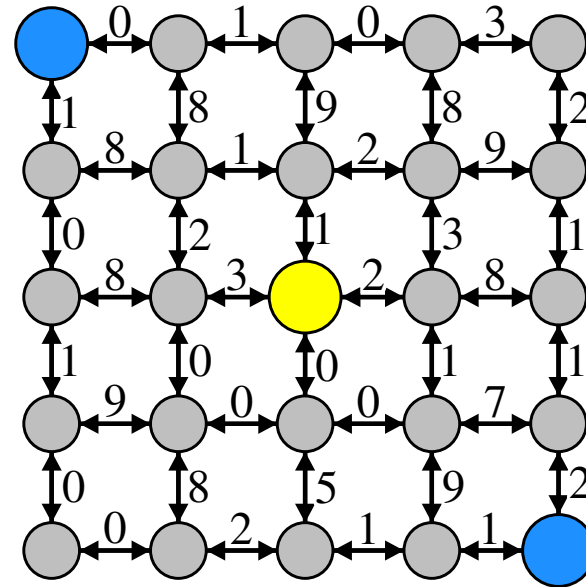
Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade



após 10 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

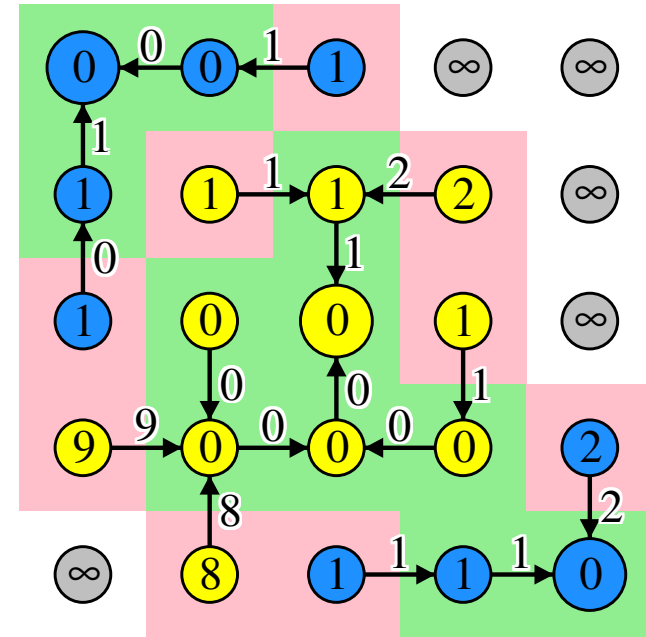
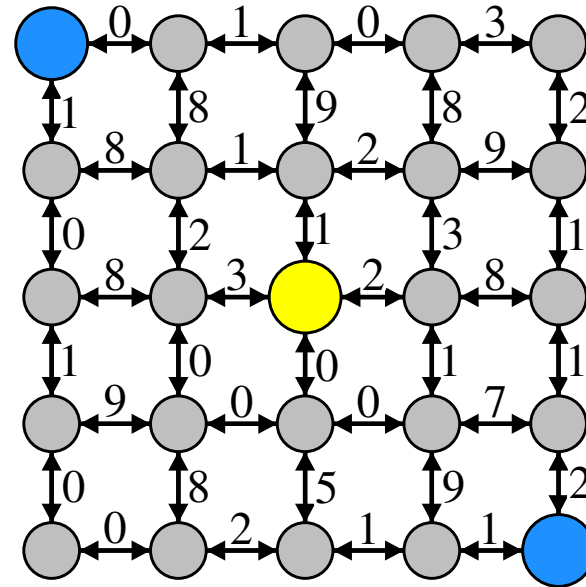
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 11 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

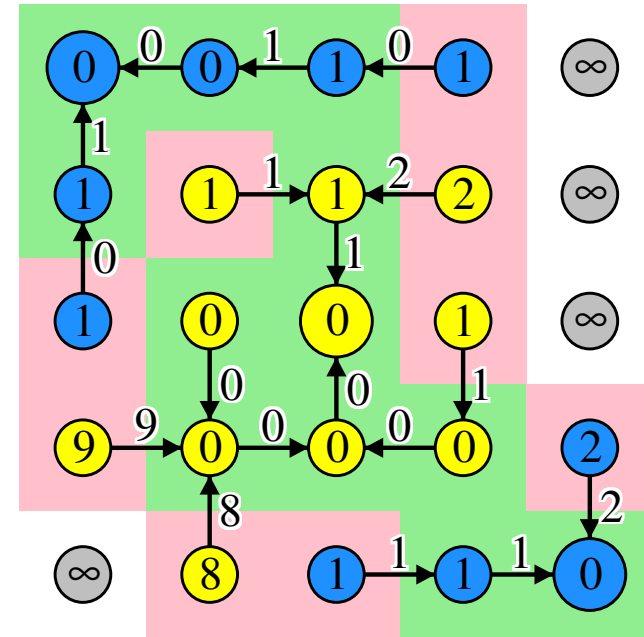
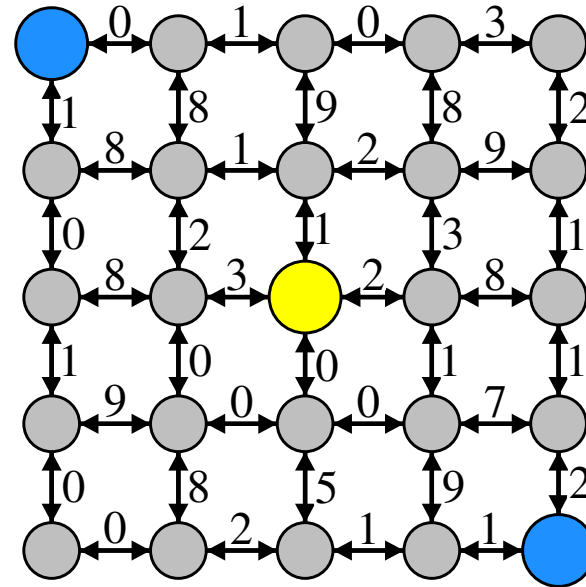
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 12 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

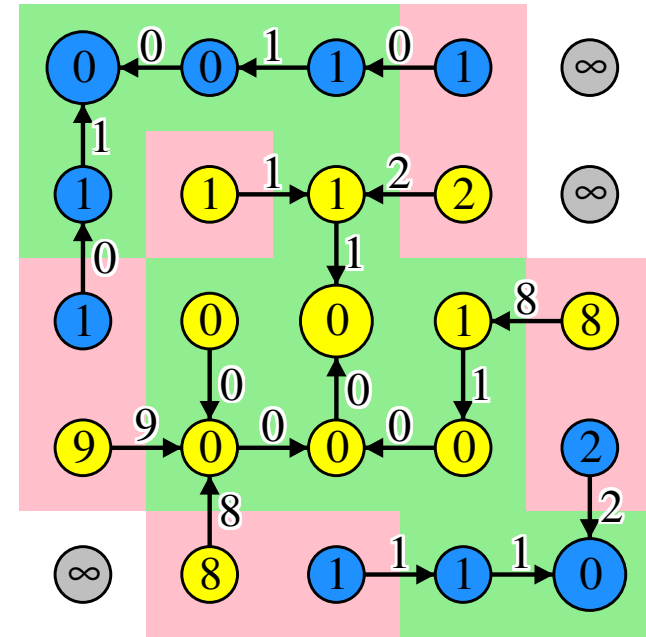
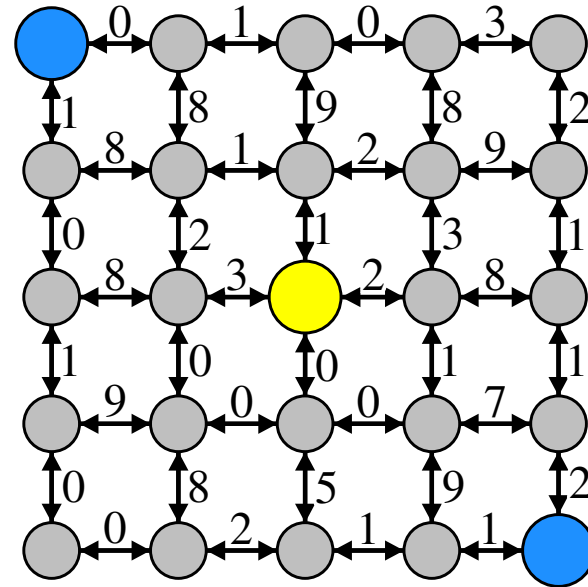
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 13 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

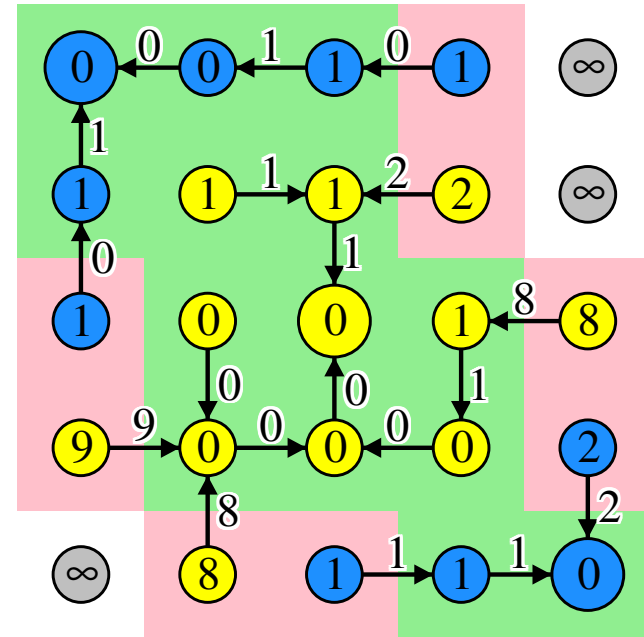
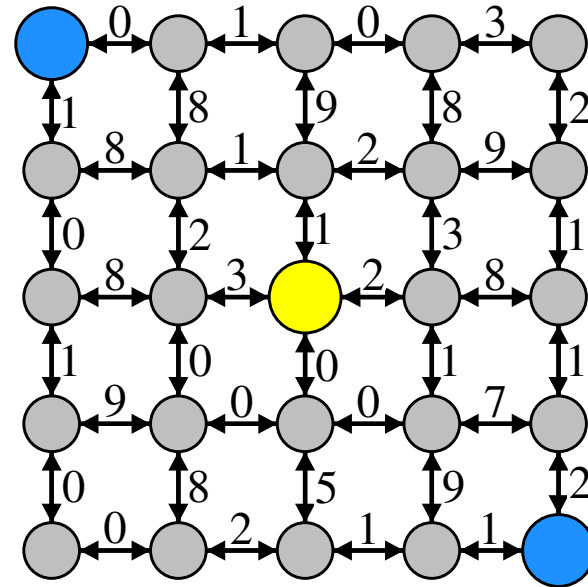
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 14 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

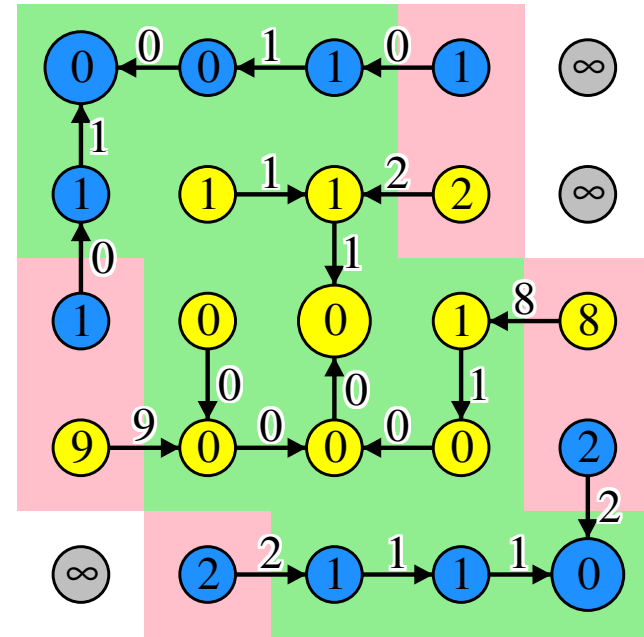
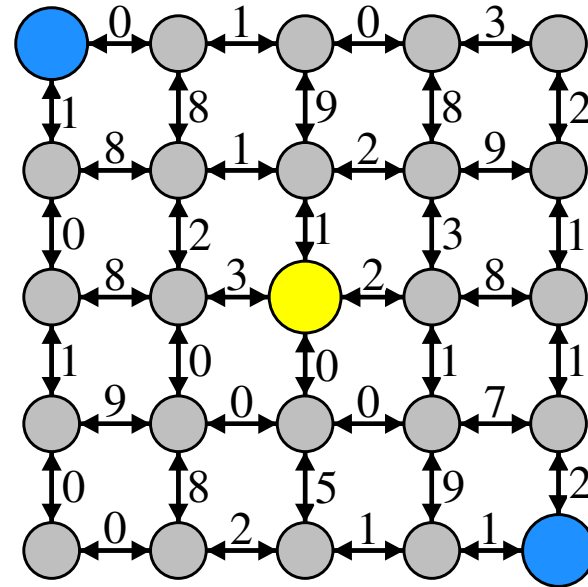
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 15 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

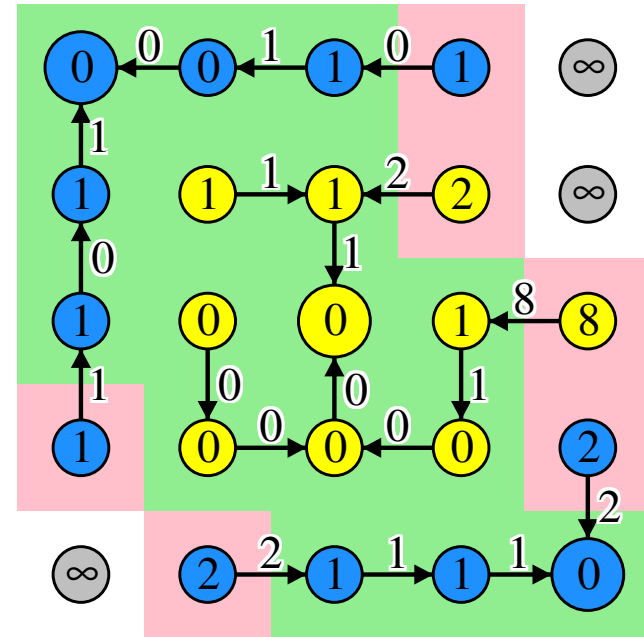
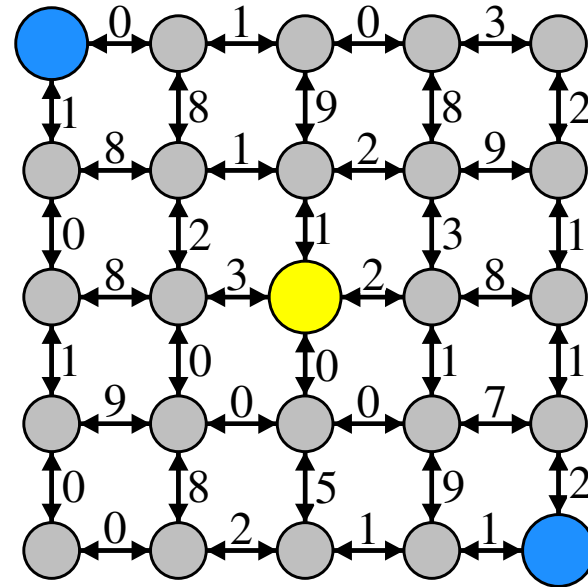
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 16 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

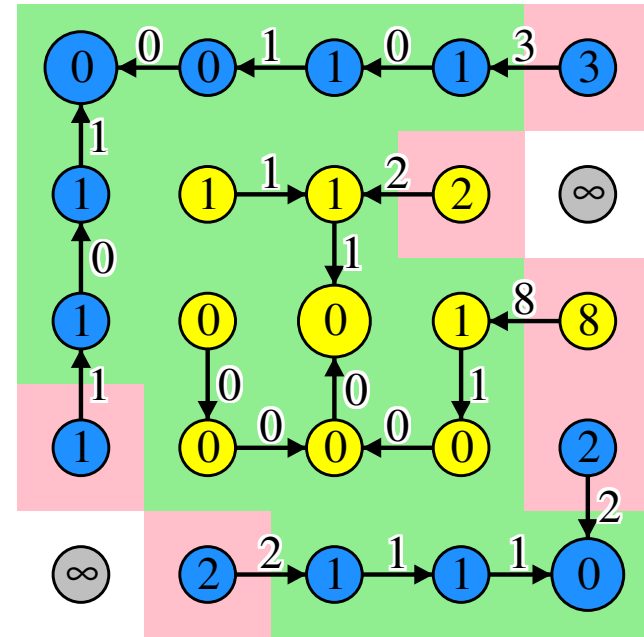
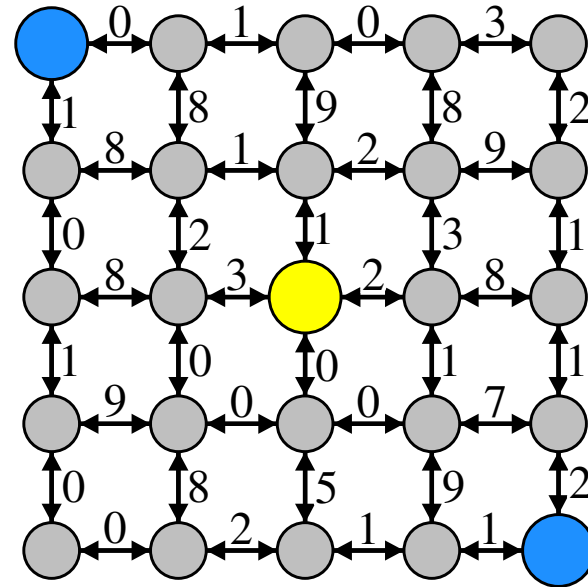
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 17 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

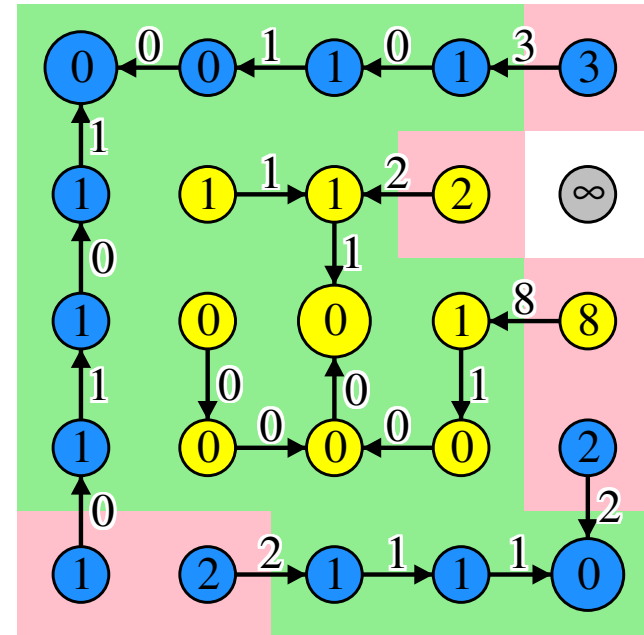
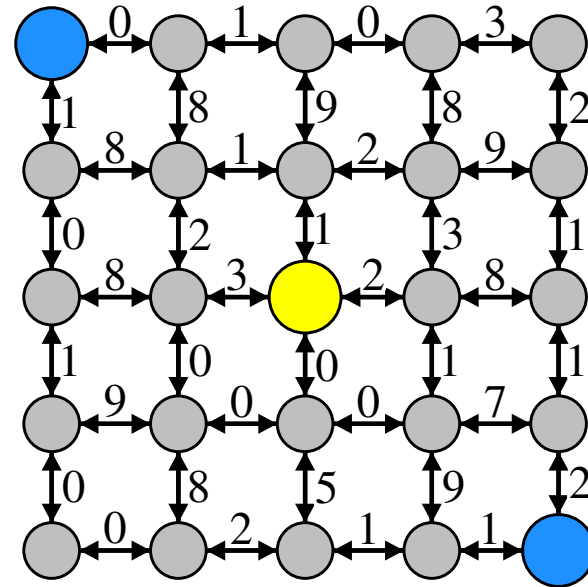
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 18 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

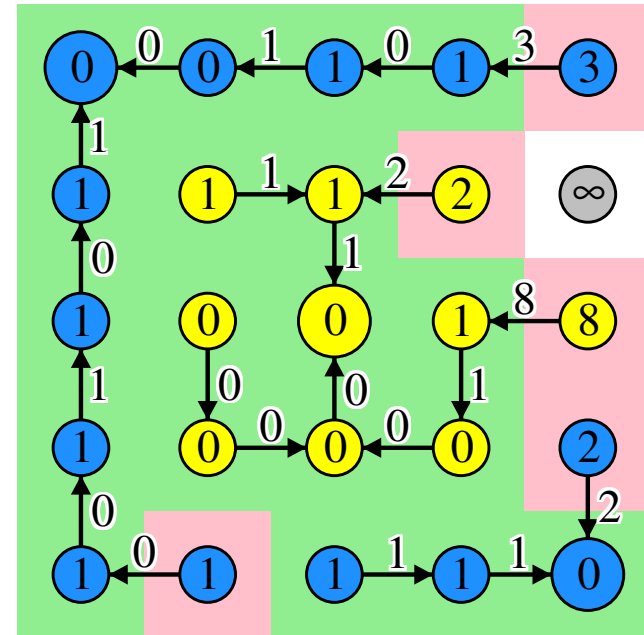
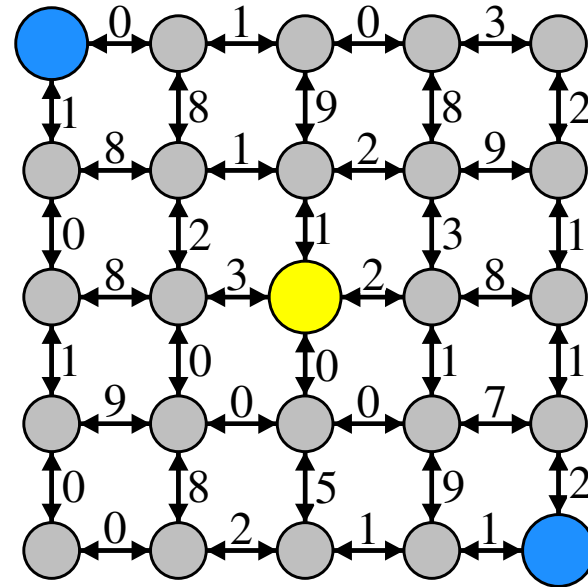
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 19 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Floresta de

espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

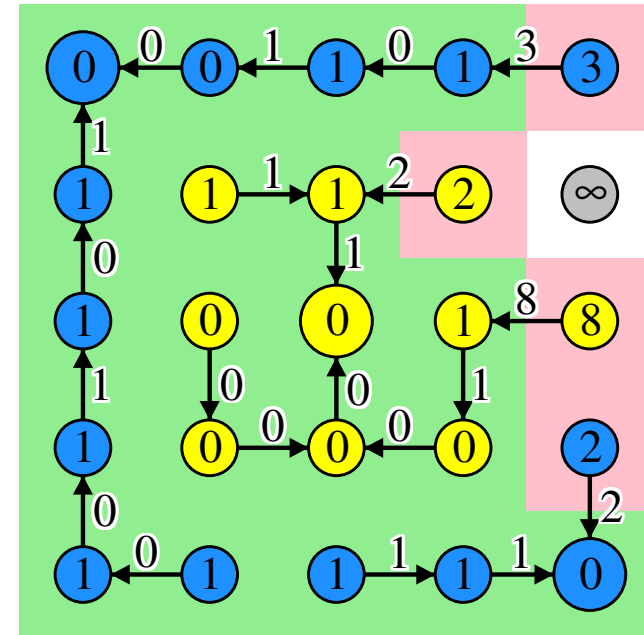
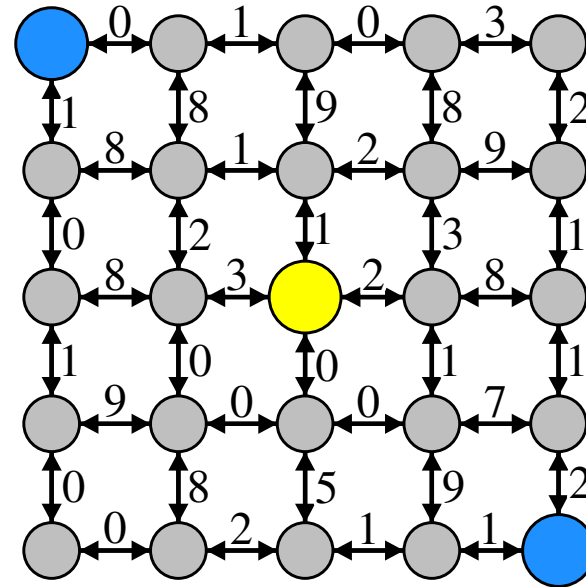
Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade



após 20 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

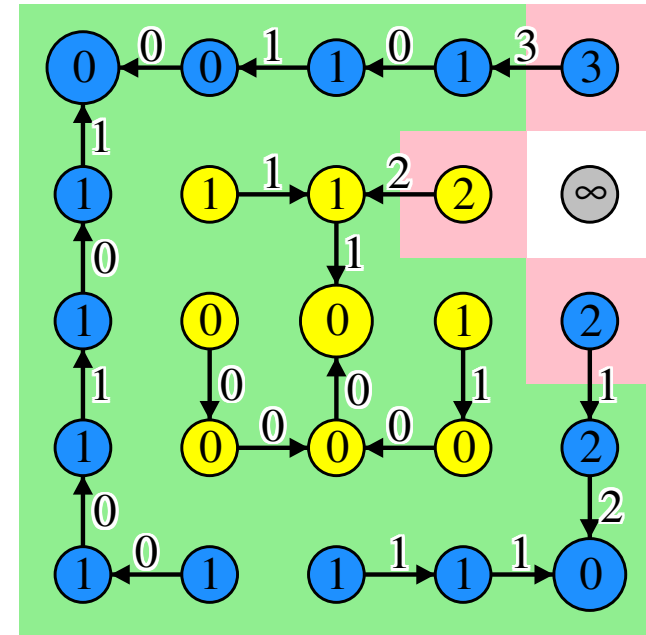
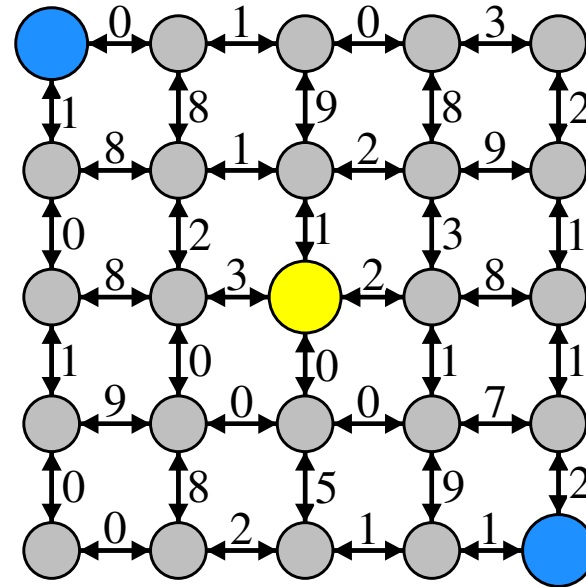
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 21 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

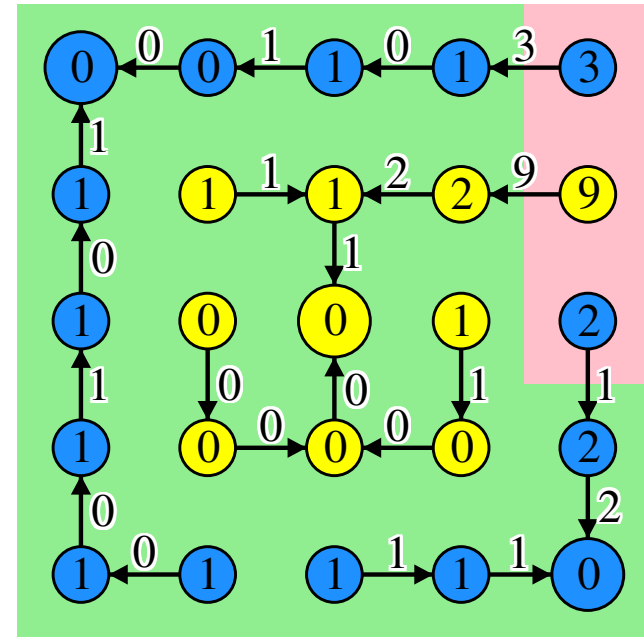
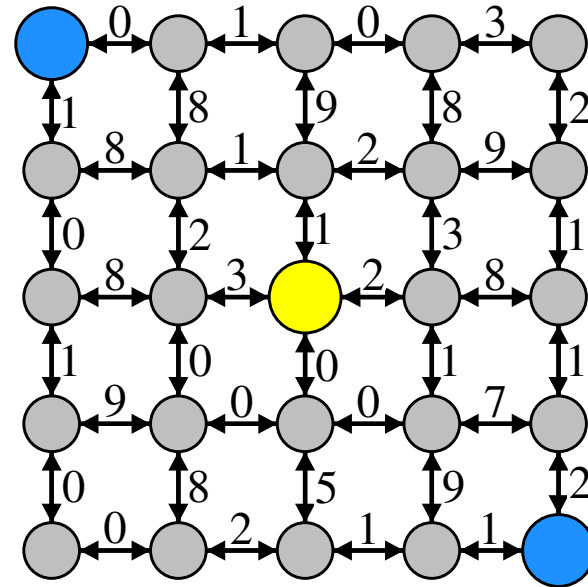
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 22 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

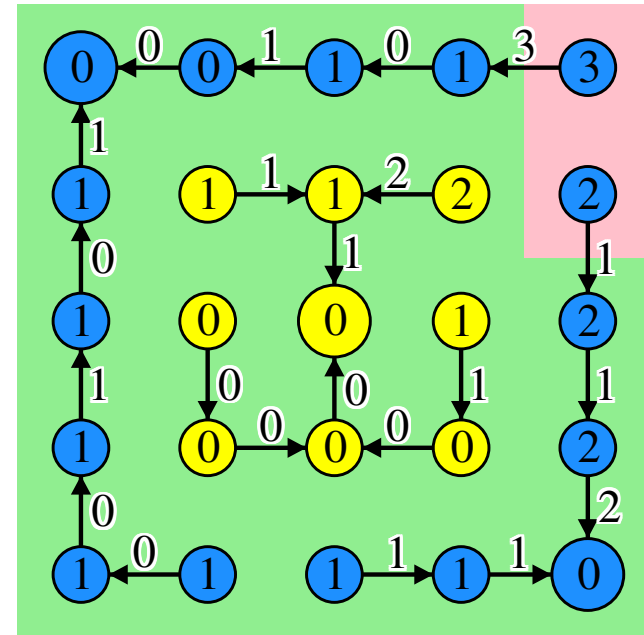
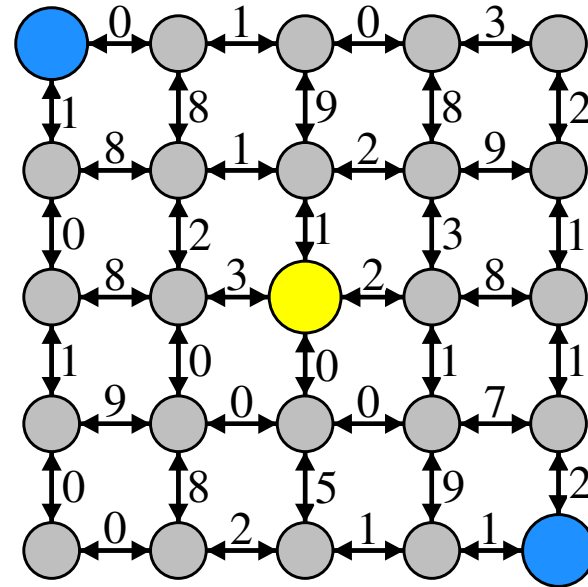
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade



após 23 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

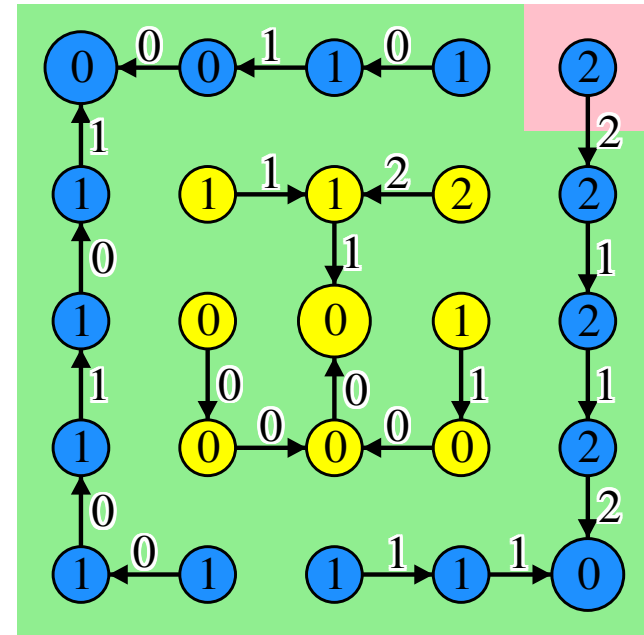
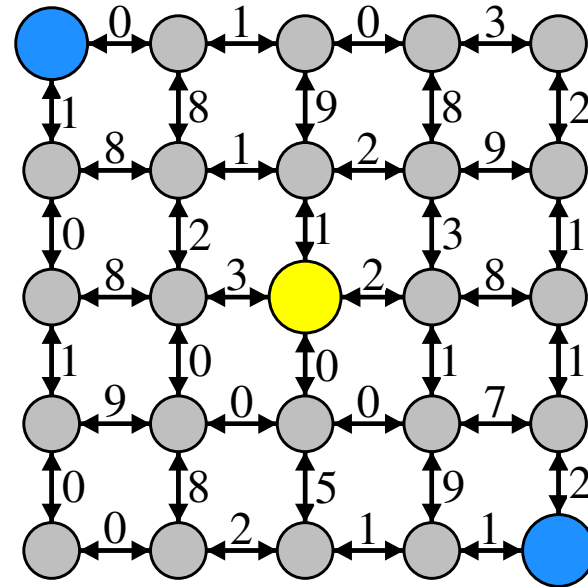
Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada



após 24 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Floresta de
espalhamento

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

Imagem-Floresta

Transformada

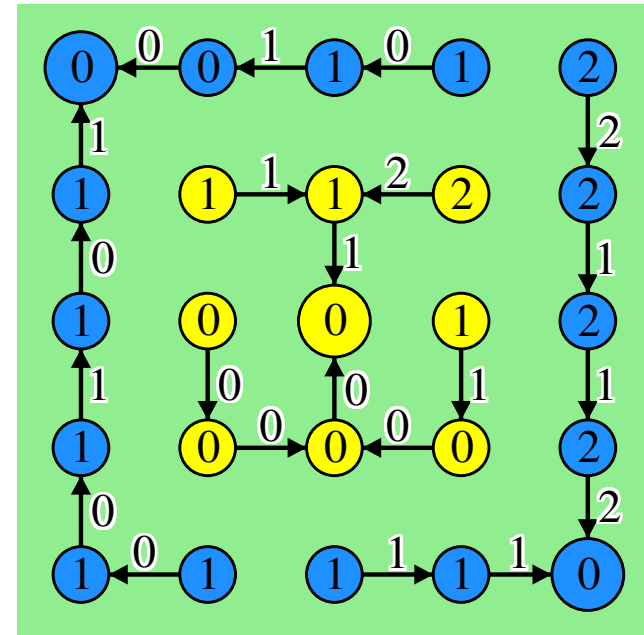
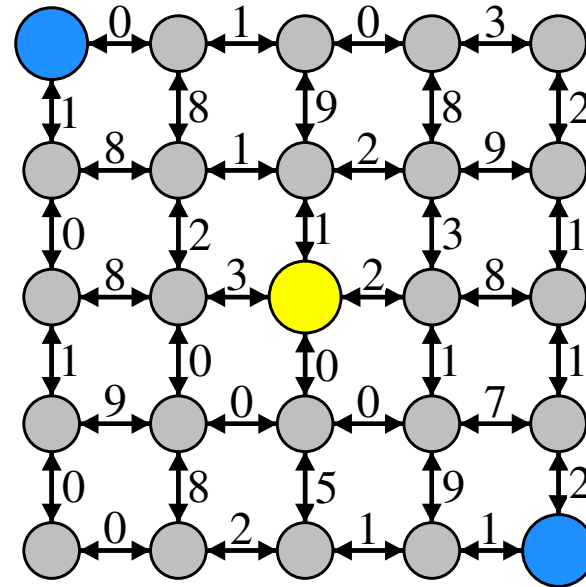
Imagem-Floresta

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

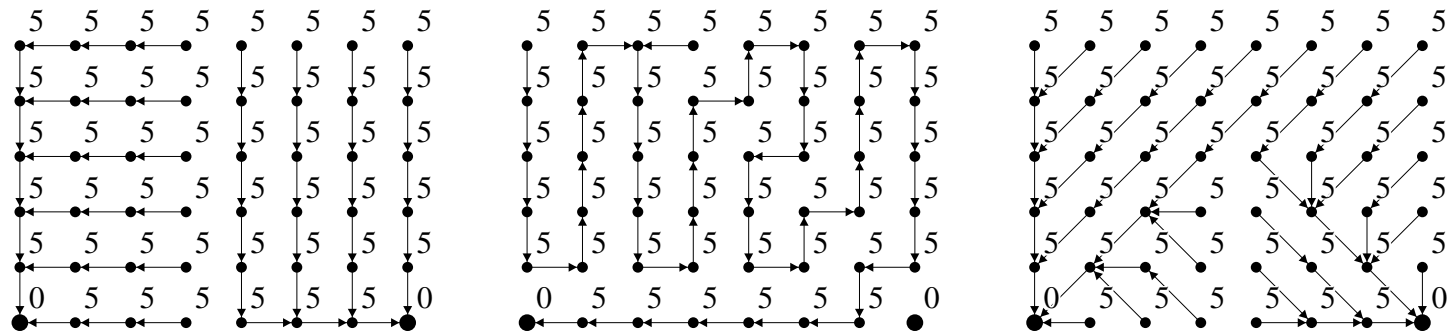


após 25 iterações.



Resolvendo empates

O que fazer quando um pixel é alcançado por dois ou mais caminhos de mesmo custo?



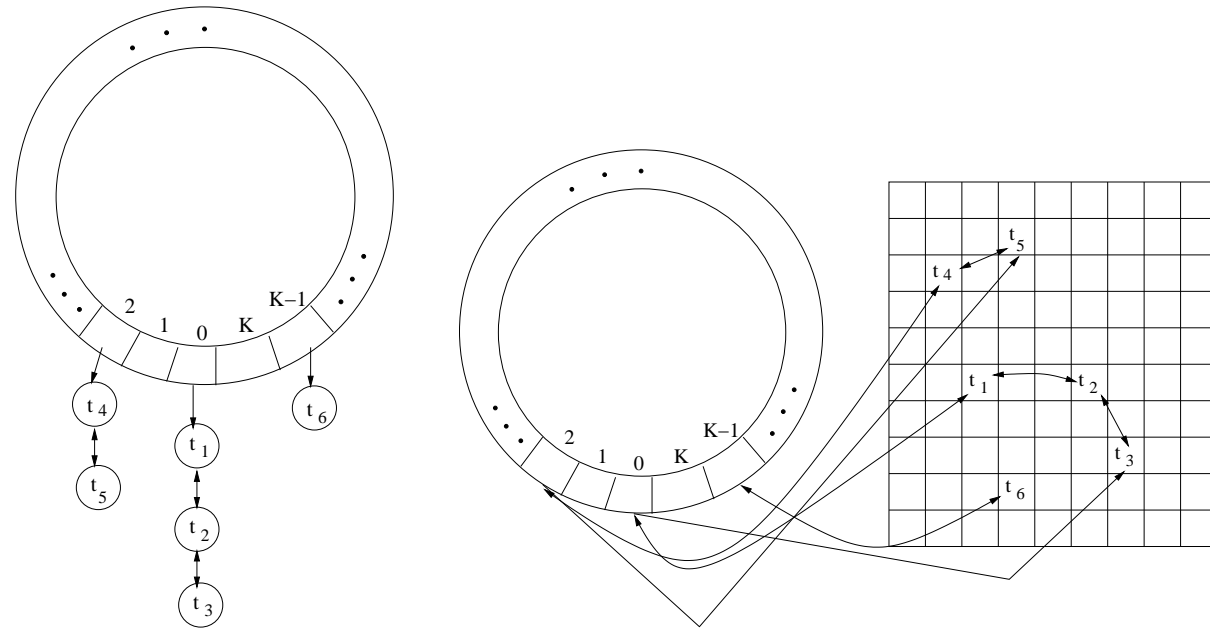
Exemplos de *tie-breaking*. (a) Política FIFO. (b) Política LIFO. (c) Política FIFO com adjacência vizinhos-8.

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Funções de conectividade
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo
- Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Floresta de espalhamento
- Transformada
- Imagem-Floresta
- Transformada
- Imagem-Floresta
- Transformada
- Imagem-Floresta
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de prioridade

Estrutura da fila de prioridade



(a) Estrutura de Dial para a fila Q. (b) Estrutura proposta por Falcão.

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade
Funções de
conexidade
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta
Motivação
Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Floresta de
espalhamento
Transformada
Imagem-Floresta
Transformada
Imagem-Floresta
Transformada
Imagem-Floresta
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade