Transformada Imagem-Floresta
(Estrutura de dados)

Prof. Dr. Paulo A. V. de Miranda
Instituto de Matemática e Estatística (IME),
Universidade de São Paulo (USP)
pmiranda@vision.ime.usp.br

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

Algoritmo 1 — Algoritmo geral da IFT

Entrada: Imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, \vec{I})$, adjacência $\mathcal{A}$, e função de conexidade f.

Saída: Imagens $\hat{P} = (\mathcal{D}_I, P)$ de predecessores, e $\hat{V} = (\mathcal{D}_I, V)$ de conexidade.

Auxiliares: Fila de prioridade Q, variável tmp, e vetor de $estado$ inicialmente zerado.

1. **Para Cada** $t \in \mathcal{D}_I$, **Faça** $P(t) \leftarrow nil$ e $V(t) \leftarrow f(\langle t \rangle)$. **Se** $V(t) \neq +\infty$, **Então** *insira* t *em* Q.
2. **Enquanto** $Q \neq \emptyset$, **Faça**
3. *Remova um pixel* s *de* Q *cujo valor* $V(s)$ *seja minimo.*
4. $estado(s) \leftarrow 1$.
5. **Para Cada** $t \in \mathcal{A}(s)$, *tal que* $estado(t) = 0$, **Faça**
6. $tmp \leftarrow f(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle)$.
7. **Se** $tmp < V(t)$, **Então**
8. **Se** $V(t) \neq +\infty$, **Então** *remova* t *de* Q.
9. $P(t) \leftarrow s$, $V(t) \leftarrow tmp$, *e insira* t *em* Q.

Estrutura da fila de prioridade

Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

A fila tem que suportar as três operações seguintes, de acordo com as linhas 3, 8 e 9 do algoritmo da IFT:

- remover um spel s de precedência máxima, ou seja com $V(s)$ mínimo (linha 3).
- remover um dado spel t de Q (linha 8).
- inserir um dado spel t em Q (linha 9).

Na verdade, essas operações dependem da estrutura exata da fila utilizada.

Estrutura da fila de prioridade

Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

A implementação mais fácil para a fila Q usa um *heap binário*. Neste caso o algoritmo da IFT terá complexidade $O((M + N) \log N)$, onde N é o número de nós (pixels) e M o número de arestas do grafo.

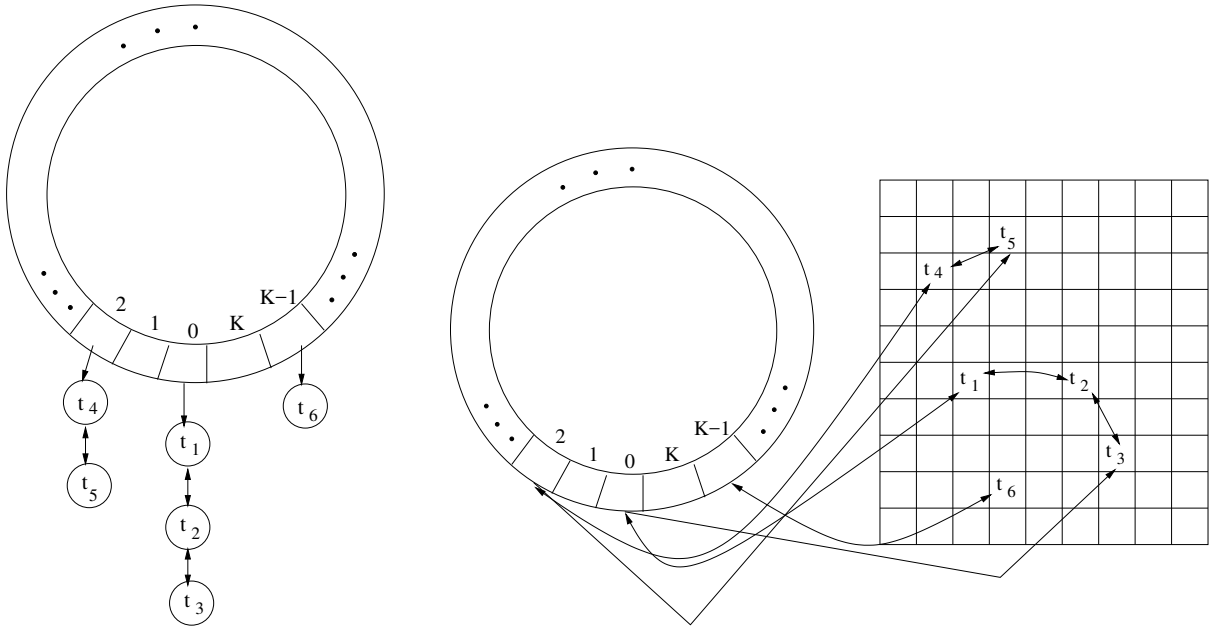
Estrutura da fila de prioridade

Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

Na maioria das aplicações, porém, podemos usar funções de custo de caminho com incrementos de custo inteiros e limitados a uma constante K ao longo do caminho. Isto permite a utilização da fila circular de Dial com $K+1$ posições.

- Cada posição i, $i = 0, 1, ..., K$, deve armazenar uma lista duplamente ligada de todos os pixels p com custo $V(p)$ tal que $i = V(p)\%(K+1)$.

Estrutura da fila de prioridade



(a) Estrutura de Dial para a fila Q. (b) Estrutura proposta por A.X. Falcão. Como sabemos o tamanho máximo N do grafo, essas listas podem ser implementadas em uma única matriz X de ponteiros $X.next(p)$ e $X.prev(p)$ com N elementos.

Estrutura da fila de prioridade

Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

A estrutura da fila proposta por Falcão possui:

- Um conjunto de $K+1$ buckets (K = máximo incremento de custo), e
- Um vetor de N estruturas (N = tamanho da imagem), representando os spels inseridos na fila.

Assim, a estrutura de fila usa $O(K+N)$ de memória.

Estrutura da fila de prioridade

Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

- Cada estrutura do segundo vetor corresponde a um nó da lista duplamente ligada (**DLL node**).
- Cada nó DLL tem dois ponteiros "Anterior" (**prev**) e "próximo" (**next**).
- Cada bucket do primeiro vetor aponta para o nó DLL do último spel inserido naquele bucket (os outros spels inseridos no mesmo bucket são recuperados, seguindo a lista ligada).

Estrutura da fila de prioridade

Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

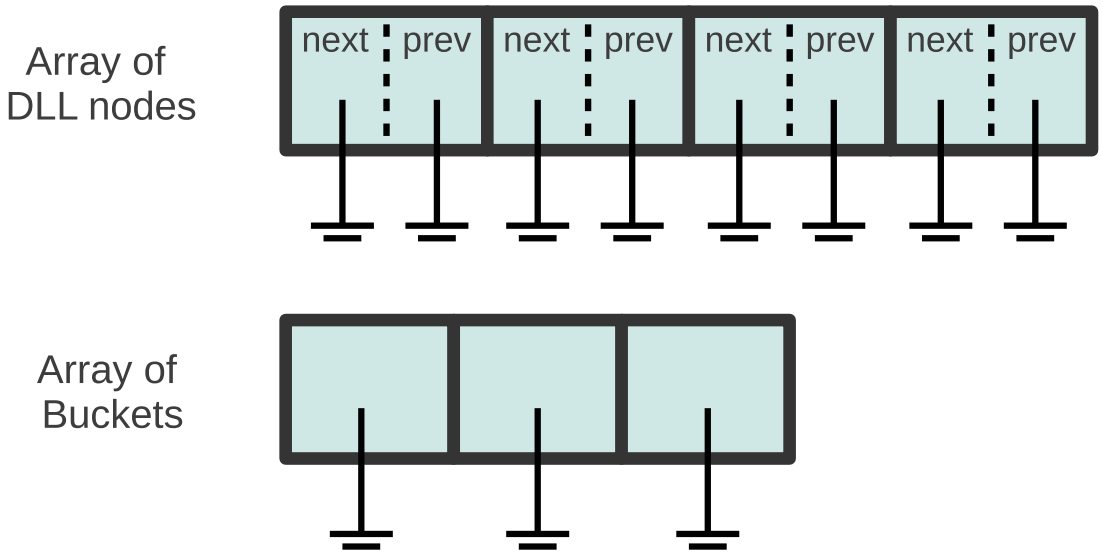
O nó DLL de um dado spel t pode ser obtido em tempo $O(1)$:

- O spel t tem um identificador (isto é, um número no intervalo $[0, N-1]$), que é utilizado como índice para acessar o seu nó DLL no segundo array.

Estrutura da fila de prioridade

Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

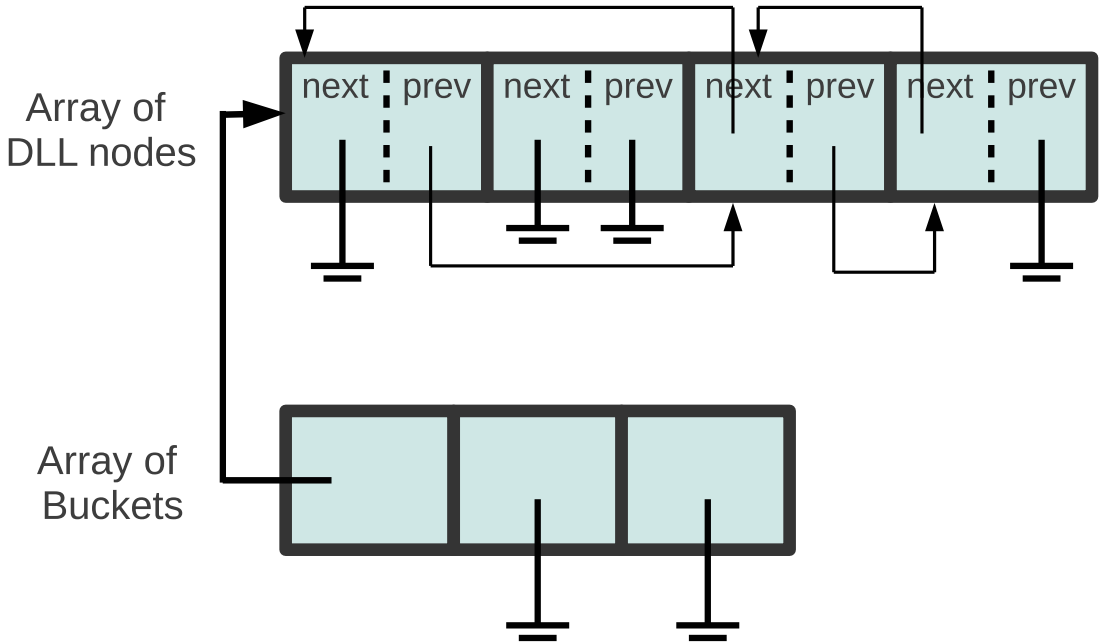
Vamos considerar o exemplo a seguir, onde $N = 4$ e $K = 2$.
Uma fila vazia seria representada da seguinte forma:



Estrutura da fila de prioridade

Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

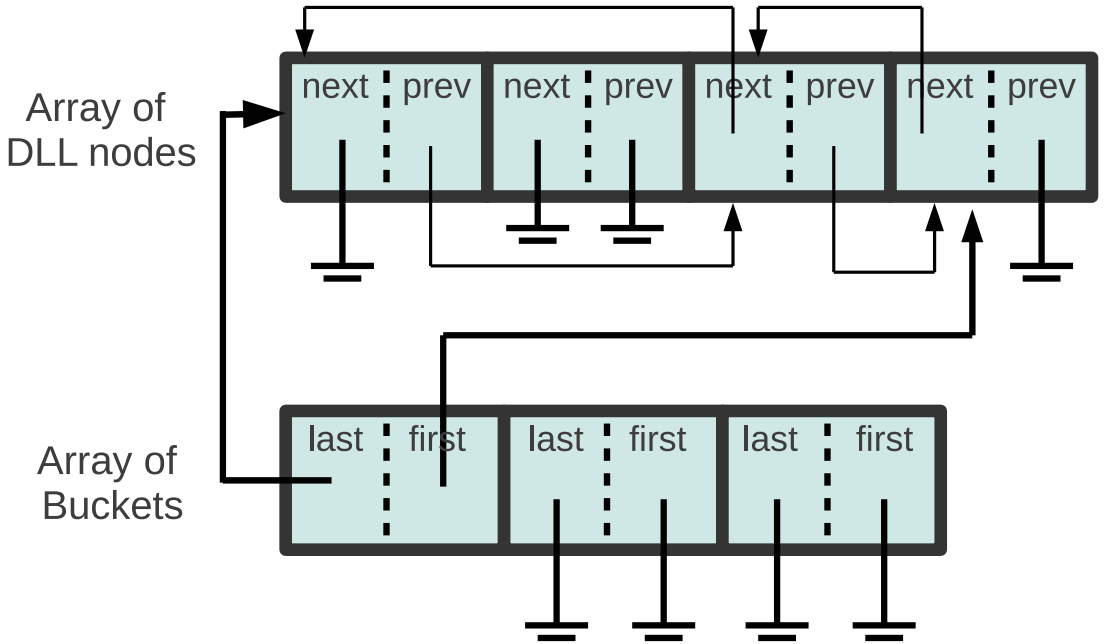
Os spels podem ser referenciados por seus índices no intervalo [0,3]. Agora, suponha que os spels 3,2 e 0 foram inseridos, nessa ordem, no primeiro bucket. Teremos:



Estrutura da fila de prioridade

Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

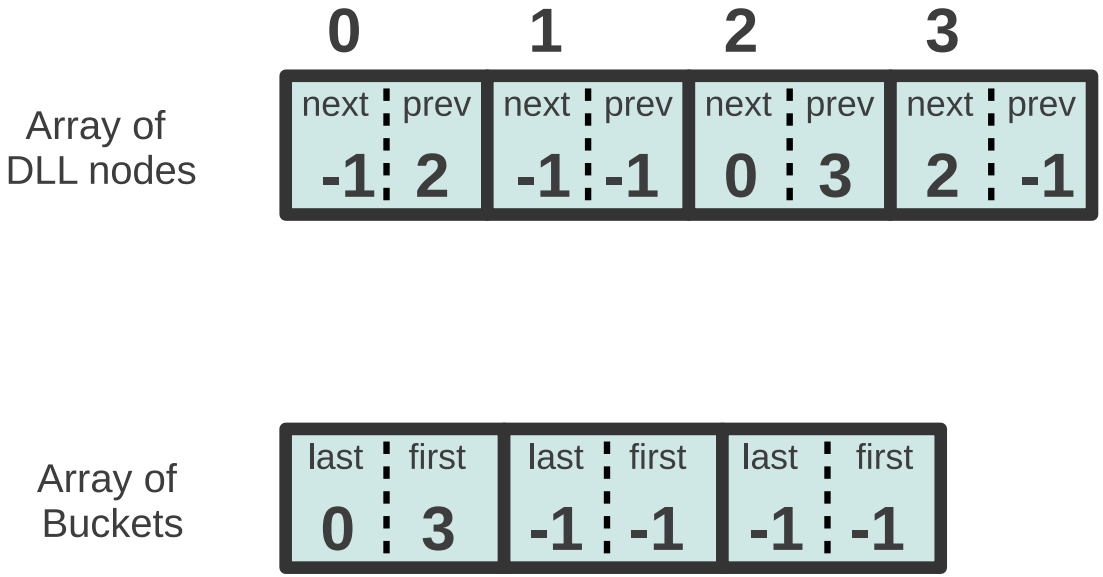
Na verdade, a fim de suportar inserção e remoção FIFO ou LIFO, nós geralmente consideramos também um apontador para o primeiro elemento em cada bucket:



Estrutura da fila de prioridade

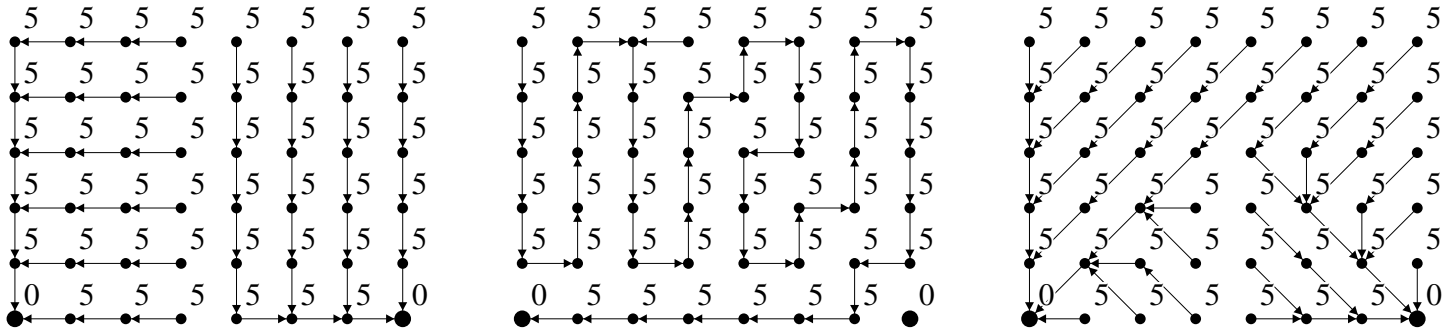
Algoritmo da IFT
Estrutura da fila de prioridade
Resolvendo empates

Poderíamos, também, representar a estrutura utilizando os índices dos spels em vez de usar ponteiros:



Resolvendo empates

O que fazer quando um pixel é alcançado por dois ou mais caminhos de mesmo custo?



Exemplos de *tie-breaking*. (a) Política FIFO. (b) Política LIFO. (c) Política FIFO com adjacência vizinhos-8.

Estrutura da fila de prioridade

- No caso da estrutura da fila proposta por Falcão, o algoritmo da IFT terá complexidade $O(M + N \times K)$.
- Para alguns casos particulares, a complexidade é ainda melhor $O(M + N + K)$ (e.g., função $f_{\max}$).
- Se a adjacência definir um grafo esparso, a IFT levará tempo proporcional ao número N de pixels, pois o número de pixels adjacentes pode ser considerado uma constante pequena.

Estrutura da fila de prioridade

- Note que a cada instante existe um valor mínimo V_{mim} e um valor máximo V_{max} de custo para os pixels armazenados em Q.
- A diferença $V_{max} - V_{min} \leq K$ deve ser mantida para garantir a corretude da fila.
- Em algumas aplicações sabemos que os incrementos são inteiros e limitados, mas não conhecemos o valor de K.
- Neste caso, a fila circular inicia com um dado tamanho K, mas antes de inserir um novo pixel devemos verificar a necessidade de realocar ou não mais elementos para a fila.