
Processamento de Imagens usando Grafos (MAC6903)

Prof. Dr. Paulo A. V. de Miranda
Instituto de Matemática e Estatística (IME),
Universidade de São Paulo (USP)
pmiranda@vision.ime.usp.br



Imagem Digital

Imagem Digital

Imagem em tons de cinza

Imagem multidimensional

Imagem multibanda

Imagem como grafo

Relação de conectividade

Relação de conectividade

Componente Conexo

Rotulação de componentes conexos

Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições

Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência

Segmentação baseada em sementes

Bibliografia

Uma imagem digital genérica \hat{I} é um par (\mathcal{D}_I, \vec{I}) , onde \mathcal{D}_I é um conjunto de pontos do Z^n (domínio da imagem), denominados *spels* (*space elements*), e \vec{I} é um mapeamento vetorial que associa a cada spel p em \mathcal{D}_I um vetor $\vec{I}(p) = \{I_1(p), I_2(p), \dots, I_k(p)\} \in Z^k$ de valores escalares, associados a um conjunto de k propriedades físicas. O valor de n refere-se à dimensão da imagem e o valor de k ao número de bandas.



Imagem em tons de cinza

Imagem Digital

Imagem em tons de cinza

Imagem multidimensional

Imagem multibanda

Imagem como grafo

Relação de conectividade

Relação de conectividade

Componente Conexo

Rotulação de componentes conexos

Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições

Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência

Segmentação baseada em sementes

Bibliografia

Uma imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$ em tons de cinza (e.g. foto, imagem de ultrassom, fatia tomográfica) e bidimensional ($\mathcal{D}_I \subset \mathbb{Z}^2$) possui apenas uma banda I ($k = 1$), onde os spels são chamados pixels (*picture elements*). A imagem bidimensional é portanto uma matriz de tamanho $N \times M$ pixels (N linhas e M colunas).



Imagem multidimensional

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza

Imagem multidimensional

Imagem multibanda

Imagem como grafo

Relação de conectividade

Relação de conectividade

Componente Conexo

Rotulação de componentes conexos

Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições

Correspondência:

Hierarquias e mapas de saliência

Segmentação baseada em sementes

Bibliografia

Uma imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$ em tons de cinza e multidimensional define o domínio de amostragem $\mathcal{D}_I \subset Z^n$, para $n > 2$. Por exemplo, uma sequência espacial de fatias tomográficas é uma imagem tridimensional ($n = 3$), e uma sequência espacial e temporal de fatias tomográficas é uma imagem tetradimensional ($n = 4$). No primeiro caso, os spels são chamados de *voxels* (*volume element*) e a imagem é chamada de *volume*.

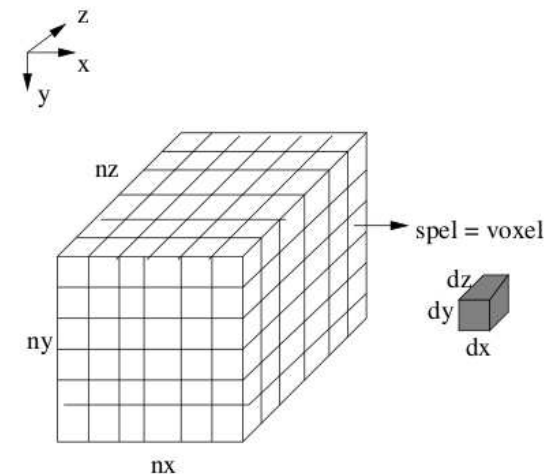
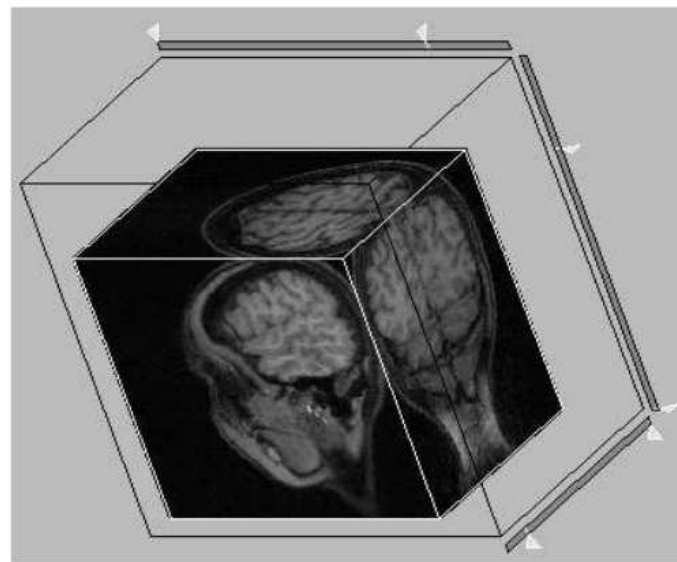




Imagem multibanda

Uma imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, \vec{I})$ é multibanda quando o mapeamento vetorial \vec{I} associa a cada spel p obrigatoriamente mais de um valor escalar ($\vec{I}(p) = \{I_1(p), \dots, I_k(p)\}$, para $k > 1$). No caso de uma foto colorida temos $k = 1, 2, 3$ correspondendo aos componentes **vermelho/red** ($I_1 = R$), **verde/green** ($I_2 = G$) e **azul/blue** ($I_3 = B$). Observe que o vídeo colorido é uma imagem multidimensional e multibanda.

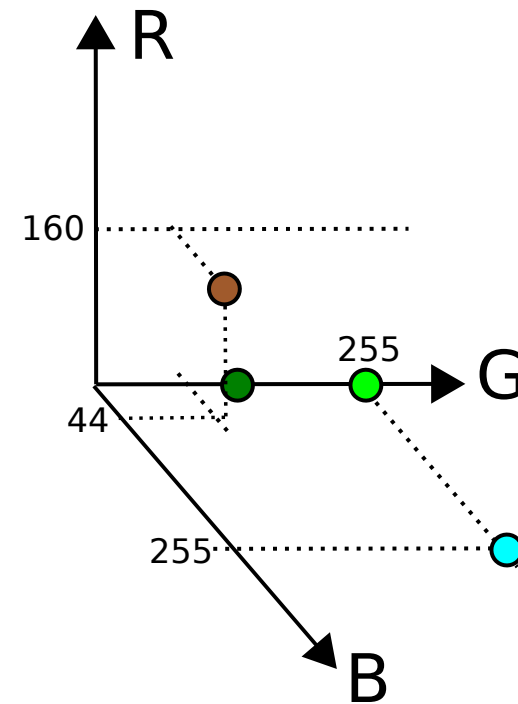
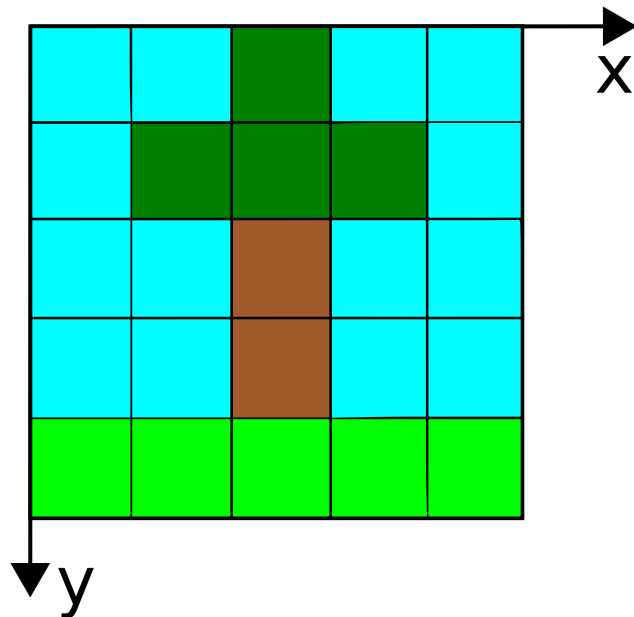


Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional

Imagem multibanda

Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade

Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos

Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições

Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência

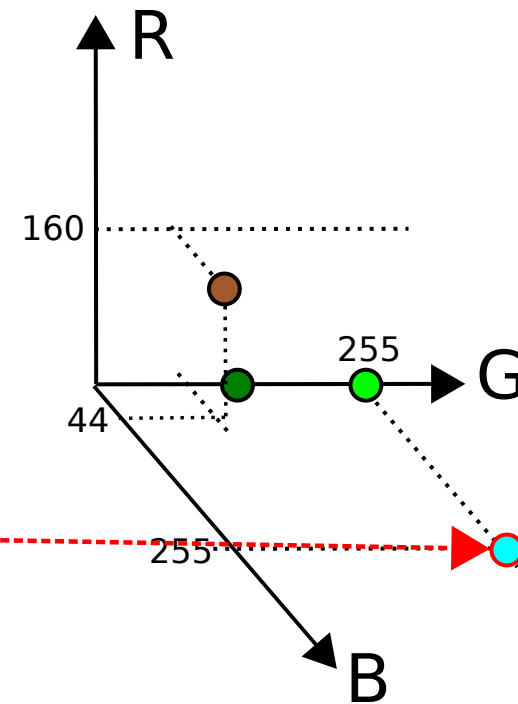
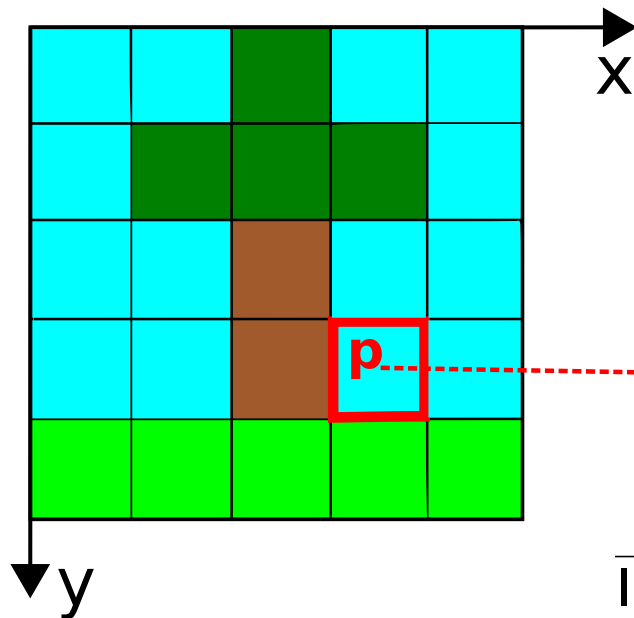
Segmentação baseada em sementes

Bibliografia



Imagem multibanda

Uma imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, \vec{I})$ é multibanda quando o mapeamento vetorial \vec{I} associa a cada spel p obrigatoriamente mais de um valor escalar ($\vec{I}(p) = \{I_1(p), \dots, I_k(p)\}$, para $k > 1$). No caso de uma foto colorida temos $k = 1, 2, 3$ correspondendo aos componentes **vermelho/red** ($I_1 = R$), **verde/green** ($I_2 = G$) e **azul/blue** ($I_3 = B$). Observe que o vídeo colorido é uma imagem multidimensional e multibanda.



$$\vec{I}(p) = (r, g, b) = (0, 255, 255)$$

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional

Imagem multibanda

Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade

Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos

Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições

Correspondência:

Hierarquias e mapas de saliência

Segmentação baseada em sementes

Bibliografia



Imagem multibanda

Uma imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, \vec{I})$ é multibanda quando o mapeamento vetorial \vec{I} associa a cada spel p obrigatoriamente mais de um valor escalar ($\vec{I}(p) = \{I_1(p), \dots, I_k(p)\}$, para $k > 1$). No caso de uma foto colorida temos $k = 1, 2, 3$ correspondendo aos componentes **vermelho/red** ($I_1 = R$), **verde/green** ($I_2 = G$) e **azul/blue** ($I_3 = B$). Observe que o vídeo colorido é uma imagem multidimensional e multibanda.

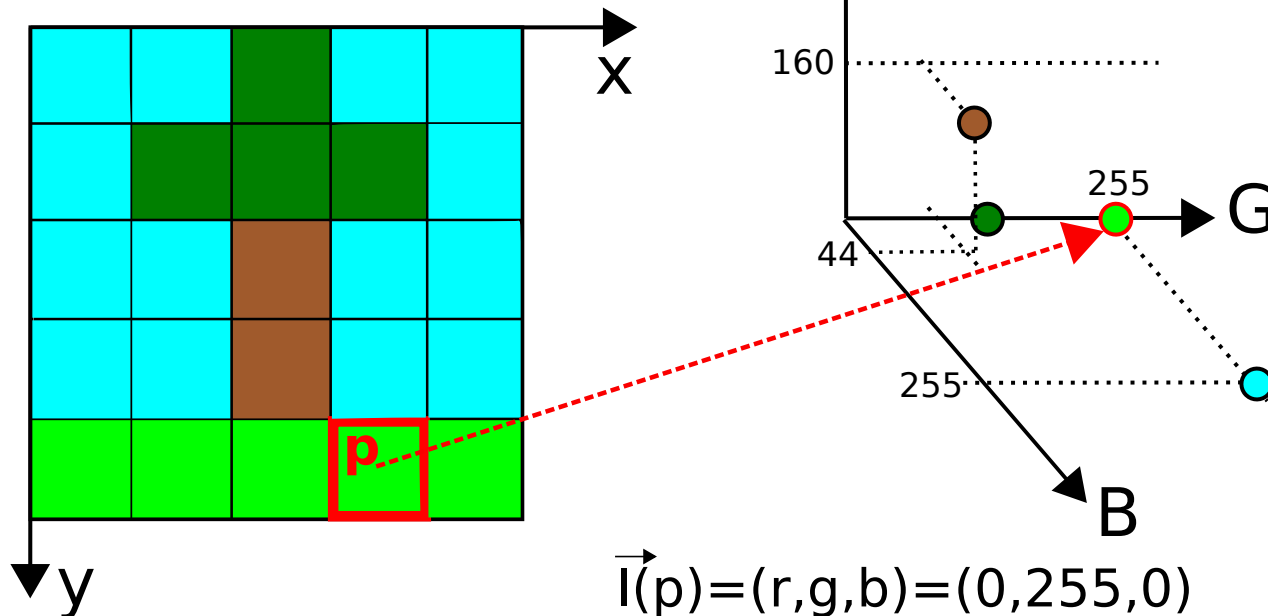


Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional

Imagem multibanda

Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade

Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos

Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições

Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes

Bibliografia



Imagem multibanda

Uma imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, \vec{I})$ é multibanda quando o mapeamento vetorial \vec{I} associa a cada spel p obrigatoriamente mais de um valor escalar ($\vec{I}(p) = \{I_1(p), \dots, I_k(p)\}$, para $k > 1$). No caso de uma foto colorida temos $k = 1, 2, 3$ correspondendo aos componentes **vermelho/red** ($I_1 = R$), **verde/green** ($I_2 = G$) e **azul/blue** ($I_3 = B$). Observe que o vídeo colorido é uma imagem multidimensional e multibanda.

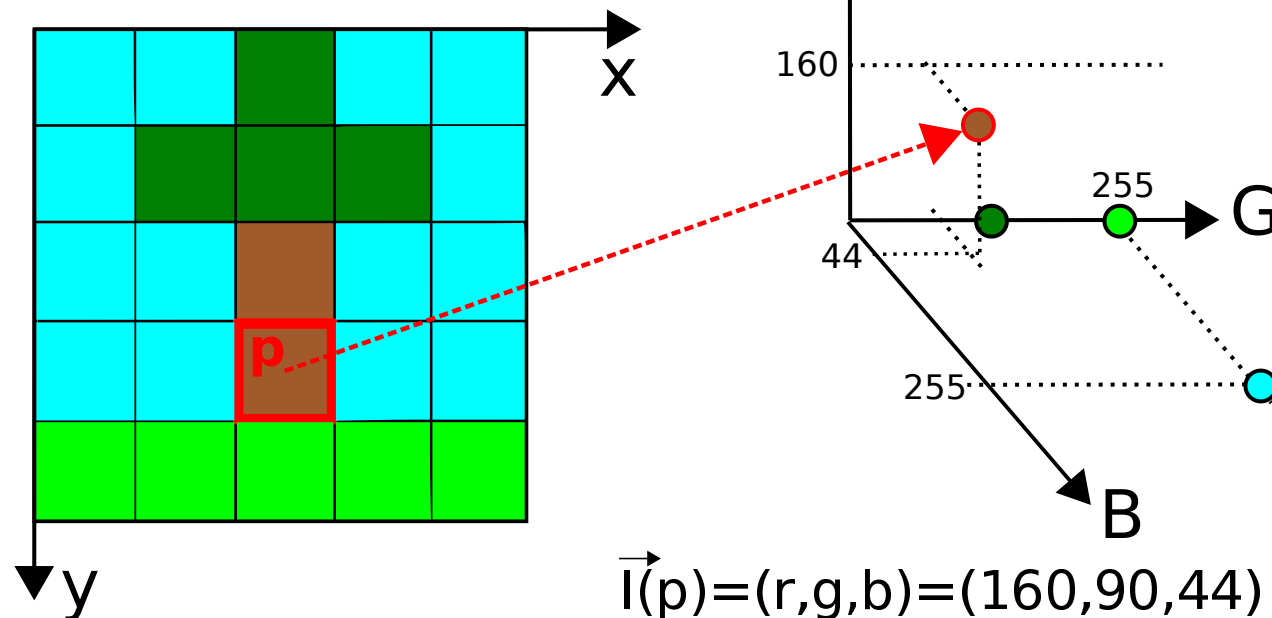


Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional

Imagem multibanda

Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade

Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos

Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições

Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência

Segmentação baseada em sementes

Bibliografia



Imagem multibanda

Uma imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, \vec{I})$ é multibanda quando o mapeamento vetorial \vec{I} associa a cada spel p obrigatoriamente mais de um valor escalar ($\vec{I}(p) = \{I_1(p), \dots, I_k(p)\}$, para $k > 1$). No caso de uma foto colorida temos $k = 1, 2, 3$ correspondendo aos componentes **vermelho/red** ($I_1 = R$), **verde/green** ($I_2 = G$) e **azul/blue** ($I_3 = B$). Observe que o vídeo colorido é uma imagem multidimensional e multibanda.

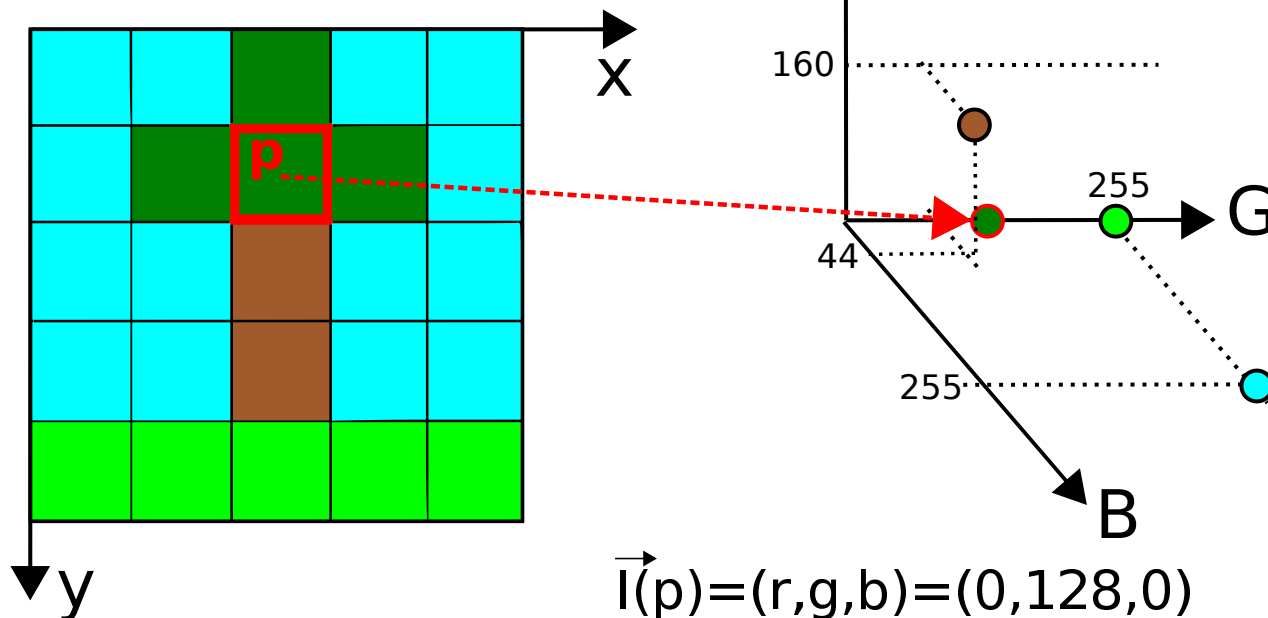


Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional

Imagem multibanda

Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade

Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos

Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições

Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência

Segmentação baseada em sementes

Bibliografia

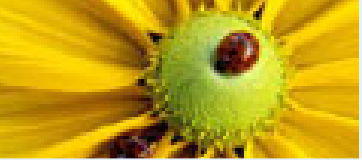
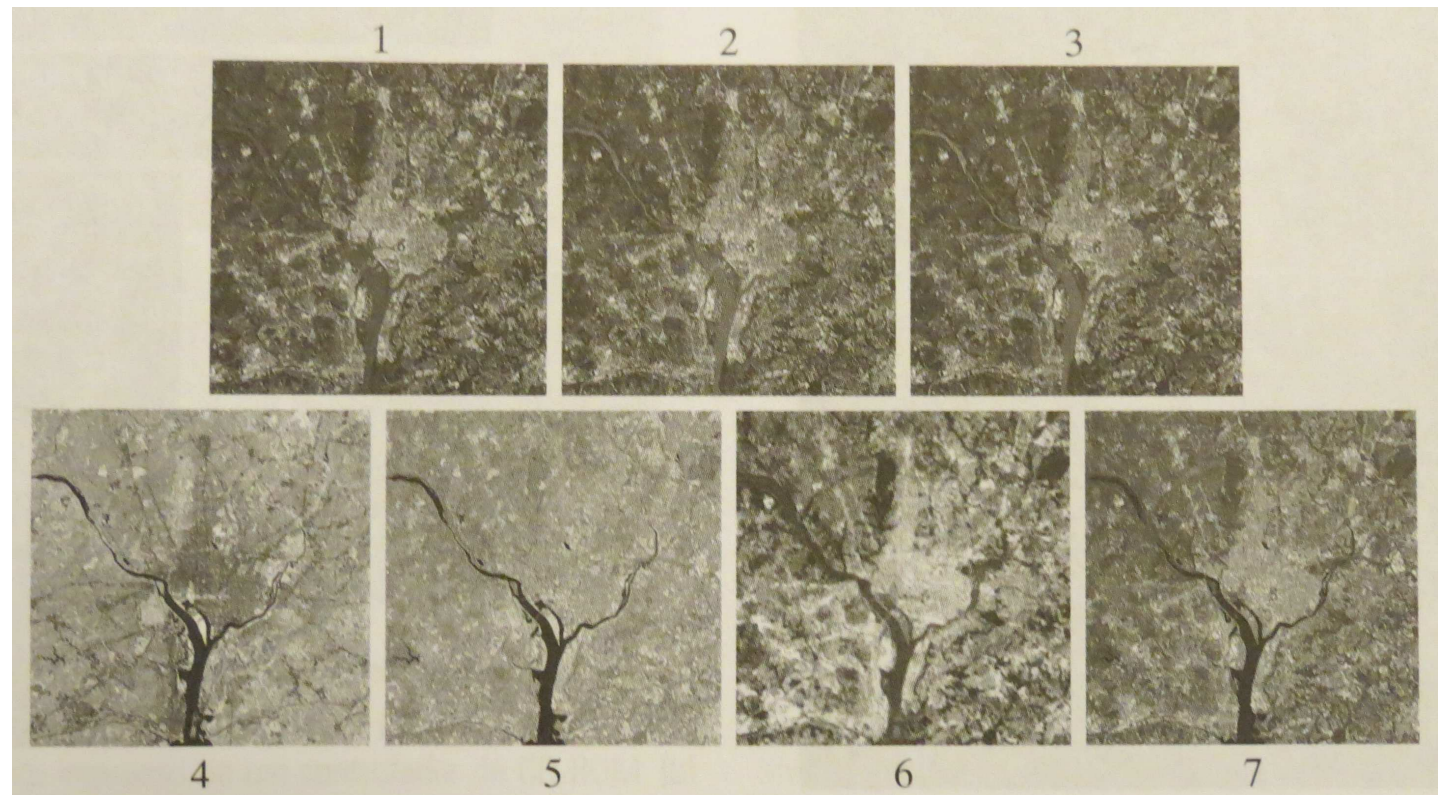


Imagem multibanda

Imagens de satélite, por exemplo, possuem bandas que correspondem a imagens cinza obtidas nos comprimentos de onda do azul, vermelho, verde, infravermelho, infravermelho próximo, termal e ultravioleta.



Imagens da área de Washington, D.C., vistas pelo satélite Landsat (Livro Gonzalez).

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional

Imagem multibanda

Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade

Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições

Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes

Bibliografia



Imagem multibanda

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional

Imagem multibanda

Imagem como grafo

Relação de

conexidade

Relação de

conexidade

Componente Conexo

Rotulação de

componentes

conexos

Algoritmo de

rotulação

Rotulação por

conjuntos disjuntos

Hierarquia de

partições

Correspondência:

Hierarquias e mapas

de saliência

Segmentação

baseada em

sementes

Bibliografia

O intervalo de amostragem define a resolução espectral.

Bandas temáticas no satélite Landsat, da Nasa.

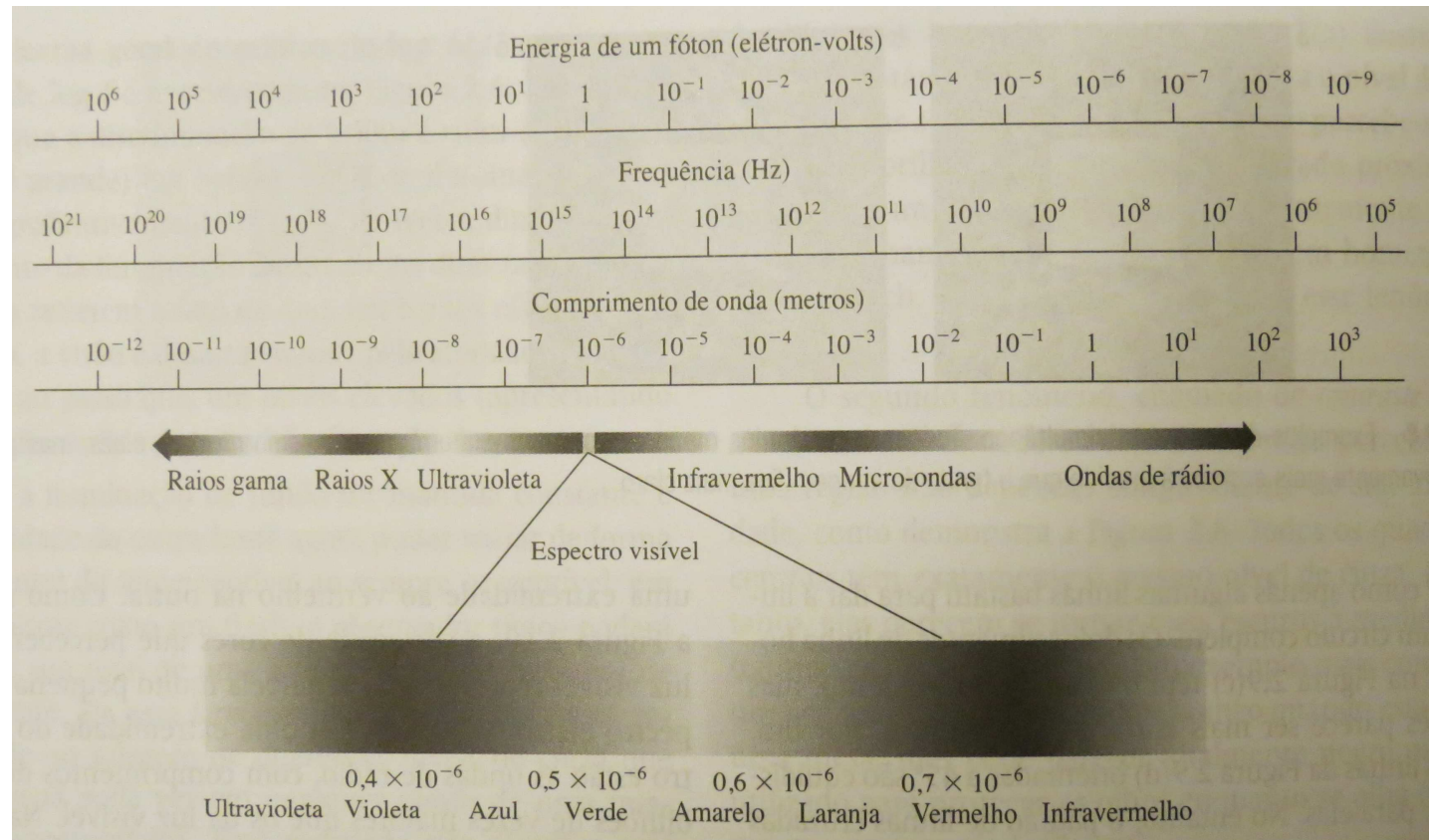
Número da banda	Nome	Comprimento de onda (μm)	Características e utilizações
1	Azul visível	0,45-0,52	Máxima penetração na água
2	Verde visível	0,52-0,60	Bom para a mensuração do vigor de plantas
3	Vermelho visível	0,63-0,69	Discriminação de vegetação
4	Infravermelho próximo	0,76-0,90	Mapeamento de biomassa e linha costeira
5	Infravermelho médio	1,55-1,75	Conteúdo de umidade do solo e vegetação
6	Infravermelho termal	10,4-12,5	Umidade do solo, mapeamento térmico
7	Infravermelho médio	2,08-2,35	Mapeamento mineral

Imagens da área de Washington, D.C., vistas pelo satélite Landsat (Livro Gonzalez).



Imagem multibanda

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda**
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia



Espectro eletromagnético.



Imagem como um grafo

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Existem várias formas de modelar um grafo a partir de uma imagem, definindo os nós do grafo e uma relação de adjacência entre eles.

- Dependendo do problema, pixels, vértices de pixels, arestas de pixels, ou regiões da imagem podem ser os nós.
- A relação de adjacência pode levar em conta a posição relativa entre os nós, bem como propriedades da imagem.

Podemos ainda estender a idéia para grafos onde os nós são objetos de uma imagem ou objetos (ou imagens) de um banco de dados.



Imagem como um grafo

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo**
- Relação de conexidade
- Relação de conexidade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Inicialmente, vamos considerar o caso em que a imagem é interpretada como um grafo cujos nós são os pixels $p = (x_p, y_p)$ e os arcos são definidos por uma **relação de adjacência** $\mathcal{A} \subset \mathcal{D}_I \times \mathcal{D}_I$.

Se $(p, q) \in \mathcal{A}$ (ou $q \in A(p)$), dizemos que q é **adjacente** a p .

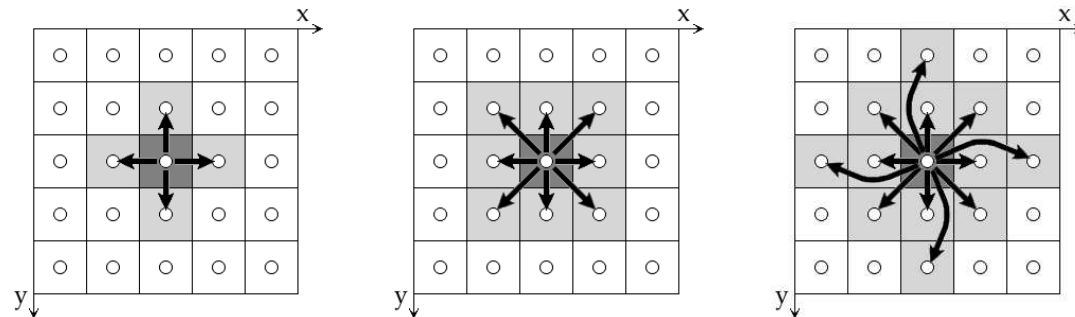


Imagem como um grafo

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Exemplos de relação de adjacência para o caso de uma imagem 2D:

- **1. Circular:** $(p, q) \in \mathcal{A}$ se $d(p, q) \leq \rho$, onde d é a distância Euclideana e ρ é um escalar.



Adjacências euclidianas. (a) 2D de raio $\rho = 1$ (vizinhos-4), (b) raio $\rho = \sqrt{2}$ (vizinhos-8), (c) raio $\rho = 2$.



Imagem como um grafo

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo**
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Exemplos de relação de adjacência para o caso de uma imagem 2D:

- **2. Retangular:** $(p, q) \in \mathcal{A}$ se $|x_q - x_p| \leq \frac{a}{2}$ e $|y_q - y_p| \leq \frac{b}{2}$, onde a e b são os comprimentos dos lados do retângulo com centro em (x_p, y_p) .

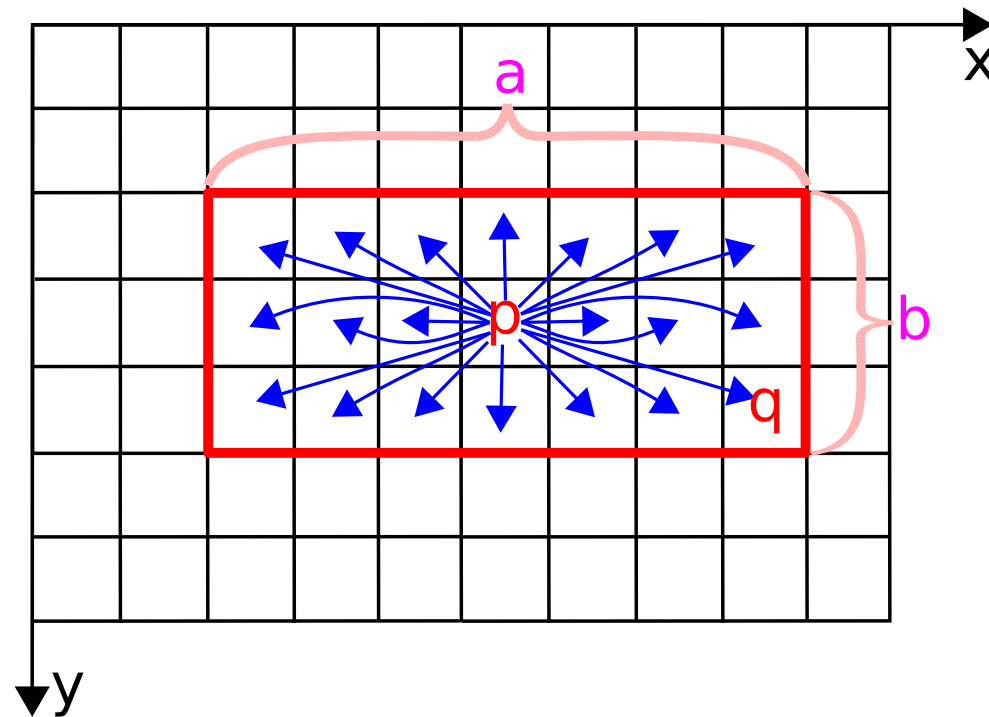




Imagem como um grafo

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo**
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Exemplos de relação de adjacência para o caso de uma imagem 2D:

- **3. Baseada em conjunto:** $(p, q) \in \mathcal{A}$ se $q - p \in \{(-1, -1), (1, -1)\}$.

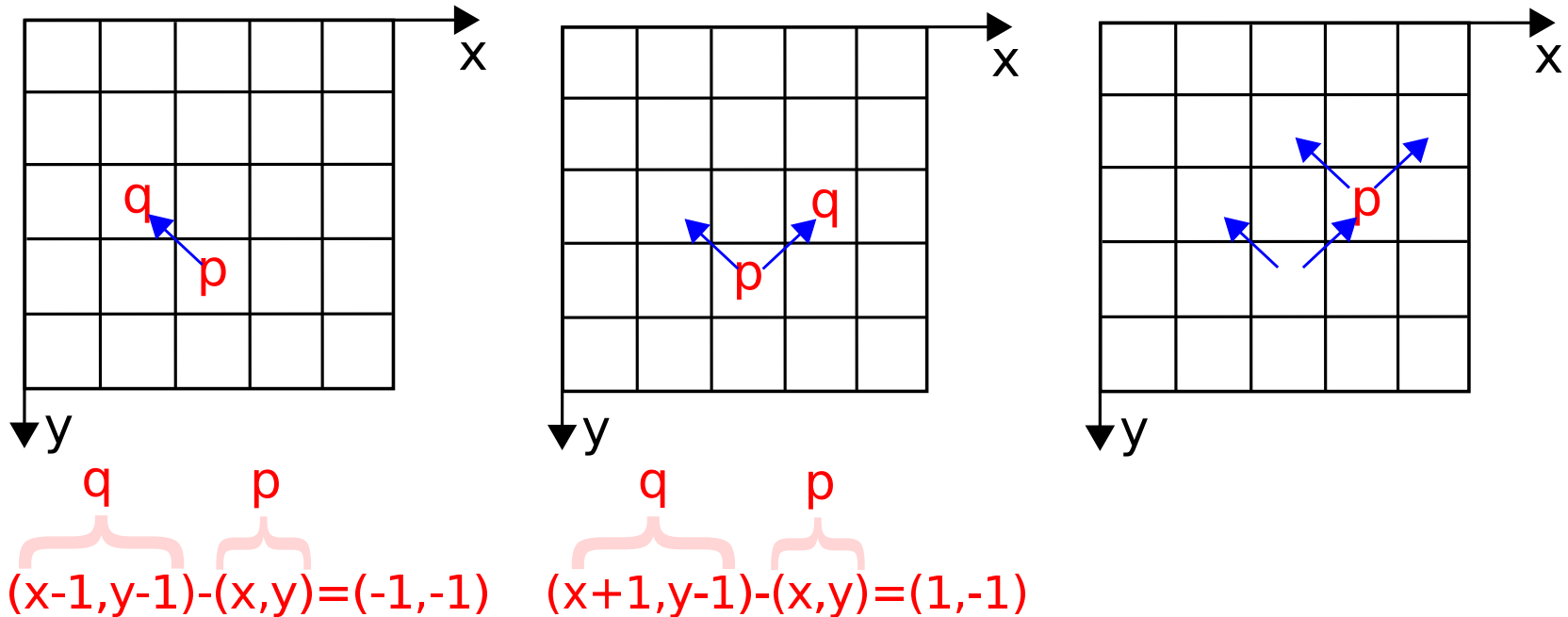




Imagem como um grafo

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo**
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Exemplos de relação de adjacência para o caso de uma imagem 2D:

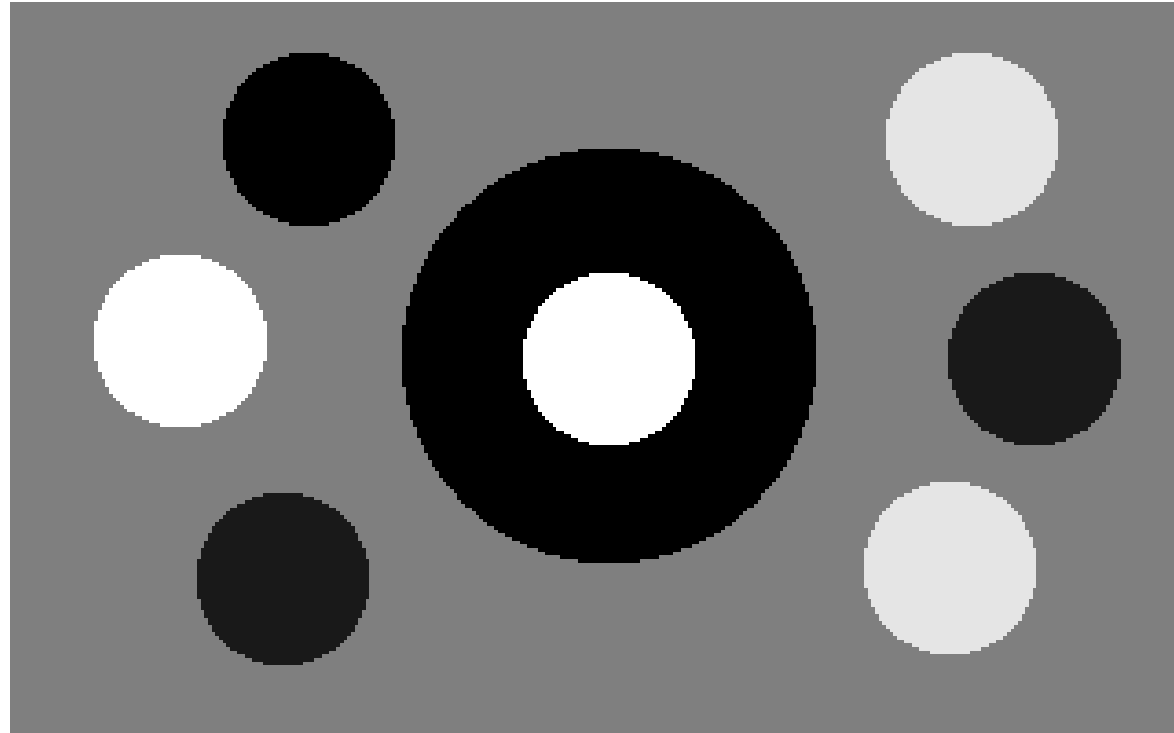
- **4. Baseada em propriedades locais:** $(p, q) \in \mathcal{A}$ se $d(p, q) \leq \rho_i$ e $d(\vec{I}(p), \vec{I}(q)) \leq \rho_a$, onde $d()$ é o operador de distância Euclideana e ρ_i e ρ_a são os raios nos espaços imagem e de atributos (paramétrico), respectivamente.



Imagem como um grafo

Region Adjacency Graph (RAG):

- Regiões da imagem podem ser os nós.



(a) Imagem sintética de 320×200 pixels

Reduz drasticamente o número de elementos do grafo (64.000 pixels \rightarrow 60 superpixels).

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

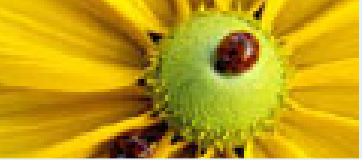
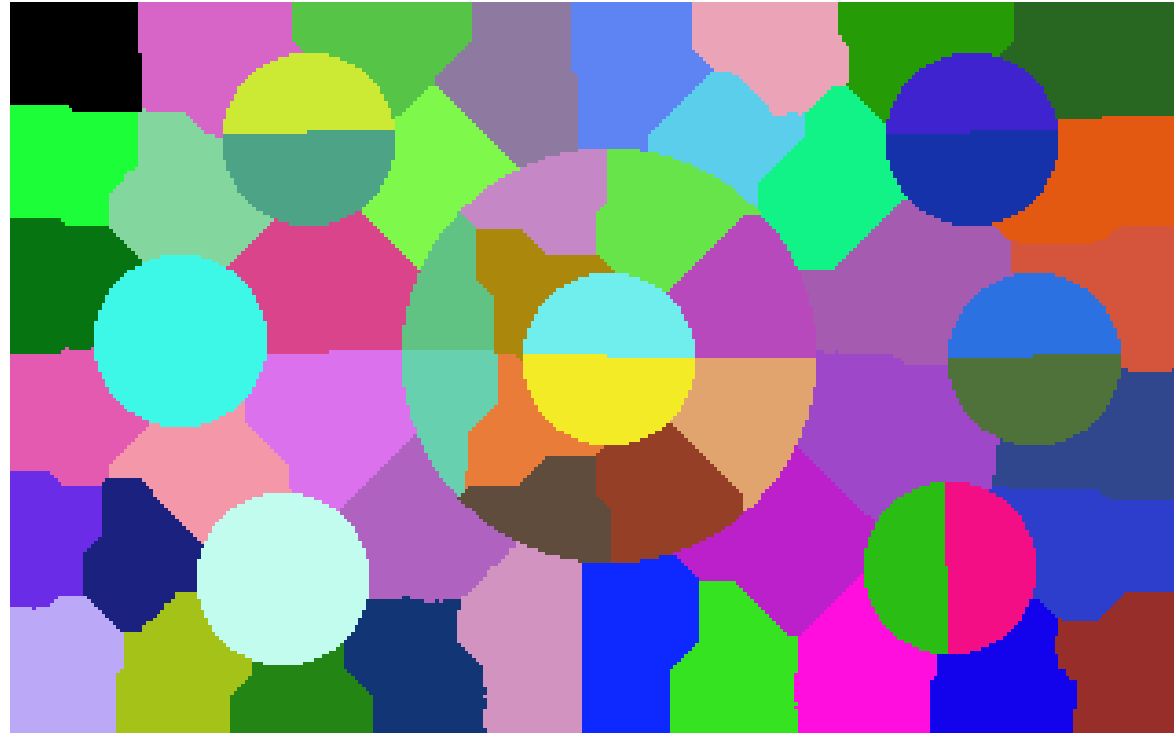


Imagem como um grafo

Region Adjacency Graph (RAG):

- Regiões da imagem podem ser os nós.



(b) superpixels

Reduz drasticamente o número de elementos do grafo (64.000 pixels \rightarrow 60 superpixels).

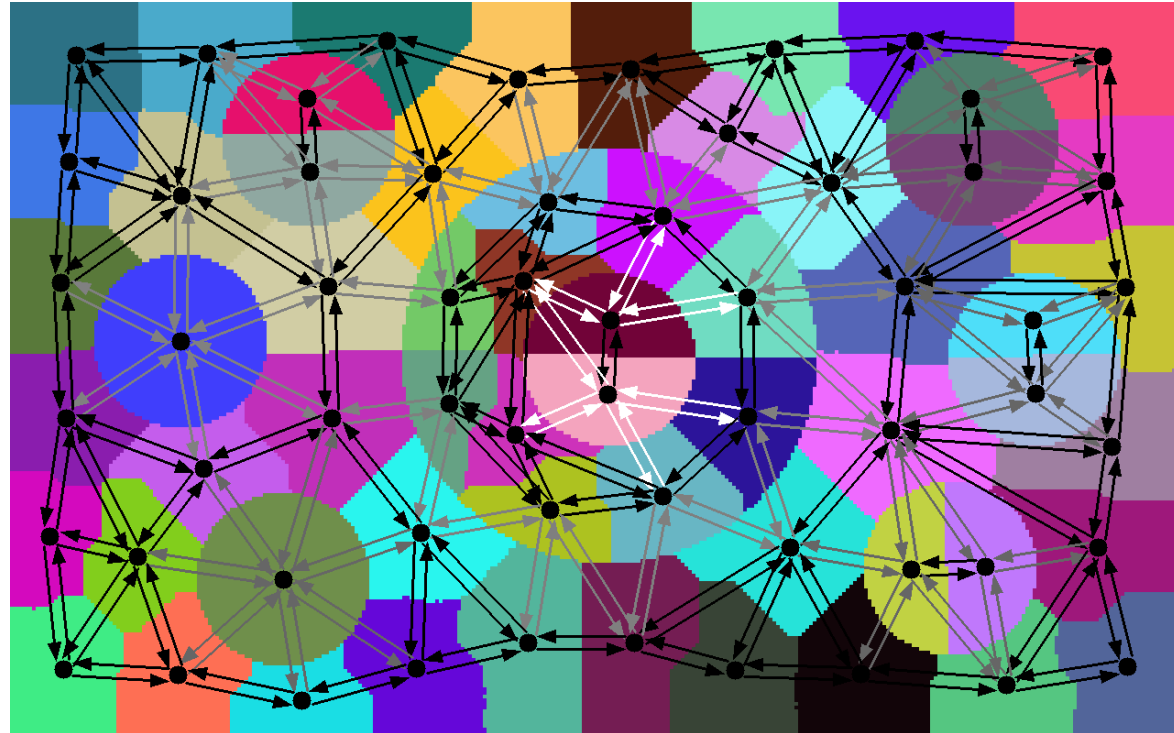
Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia



Imagem como um grafo

Region Adjacency Graph (RAG):

- Regiões da imagem podem ser os nós.



(c) RAG de superpixels

Reduz drasticamente o número de elementos do grafo (64.000 pixels \rightarrow 60 superpixels).

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia



Relação de conexidade

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conexidade**
- Relação de conexidade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

- Um caminho π no grafo $G = (\mathcal{D}_I, \mathcal{A})$ é uma sequência de nós distintos $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$, onde $(p_i, p_{i+1}) \in \mathcal{A}$, $i = 1, 2, \dots, n - 1$.
 - ◆ O nó p_1 é a origem $org(\pi)$ do caminho.
 - ◆ O nó p_n é o destino $dst(\pi)$.
- O caminho π é dito **trivial** se $\pi = \langle p_1 \rangle$.
- Quando queremos indicar explicitamente o destino de um caminho, podemos usar a notação π_t , tal que $dst(\pi_t) = t$.
- Podemos indicar também explicitamente a origem usando a notação $\pi_{s \rightsquigarrow t}$, tal que $org(\pi_{s \rightsquigarrow t}) = s$ e $dst(\pi_{s \rightsquigarrow t}) = t$.



Relação de conexidade

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conexidade
- Relação de conexidade**
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

- Seja π um caminho que termina em um pixel p e $(p, q) \in \mathcal{A}$, então $\pi \cdot \langle p, q \rangle$ é dito o caminho resultante da concatenação de π e $\langle p, q \rangle$ com as duas instâncias de p se fundindo em uma.
 - ◆ **Exemplo:** $\pi_{a \rightsquigarrow b} \cdot \pi_{b \rightsquigarrow c} = \pi_{a \rightsquigarrow c} = \langle a, \dots, b, \dots, c \rangle$
- Um pixel q é dito **conexo** a um pixel p se existir um caminho de p a q em $G = (\mathcal{D}_I, \mathcal{A})$.



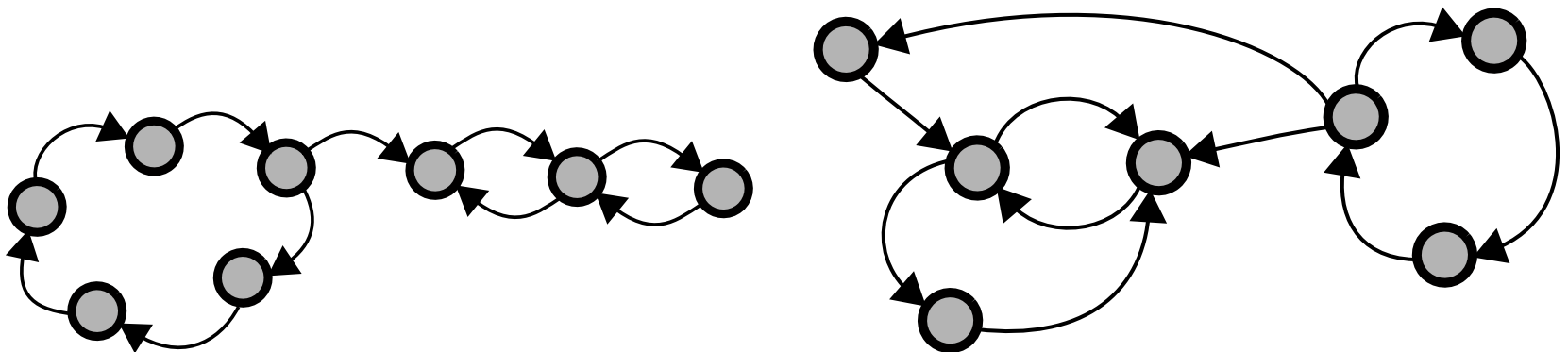
Componente Conexo

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade

Componente Conexo

Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

- Um **componente fortemente conexo** em G é um subconjunto maximal de \mathcal{D}_I , onde todos os pares (p, q) de pixels são fortemente conexos (i.e., existe um caminho de p a q e um caminho de q a p , que não são necessariamente os mesmos).
- O conjunto de componentes fortemente conexos forma uma partição de \mathcal{D}_I (i.e., os componentes fortemente conexos são disjuntos, e sua união é o conjunto \mathcal{D}_I).





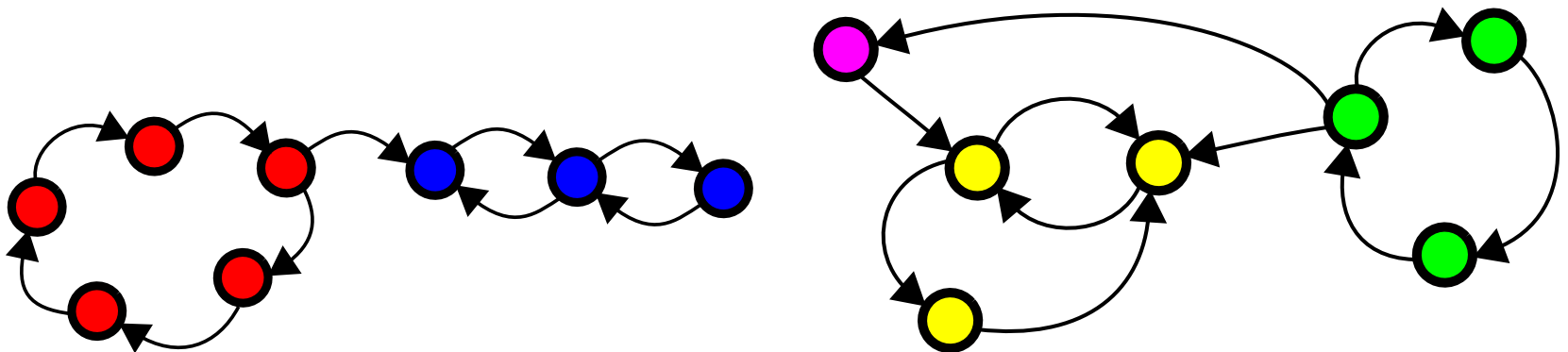
Componente Conexo

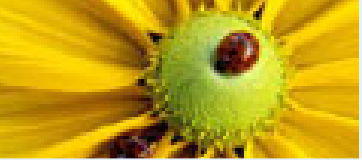
Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade

Componente Conexo

Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

- Um **componente fortemente conexo** em G é um subconjunto maximal de \mathcal{D}_I , onde todos os pares (p, q) de pixels são fortemente conexos (i.e., existe um caminho de p a q e um caminho de q a p , que não são necessariamente os mesmos).
- O conjunto de componentes fortemente conexos forma uma partição de \mathcal{D}_I (i.e., os componentes fortemente conexos são disjuntos, e sua união é o conjunto \mathcal{D}_I).





Rotulação de componentes conexos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos**
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Considere o problema de obter uma partição da imagem, onde cada componente fortemente conexo recebe um rótulo $l = 1, 2, \dots, c$ e o número c de componentes depende da relação de adjacência \mathcal{A} . Os componentes fortemente conexos podem ser determinados usando o algoritmo de Tarjan. No caso em que \mathcal{A} é uma relação simétrica ($(p, q) \in \mathcal{A} \implies (q, p) \in \mathcal{A}$), uma solução simples é aplicar a seguinte busca em largura no grafo G .



Algoritmo de rotulação

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

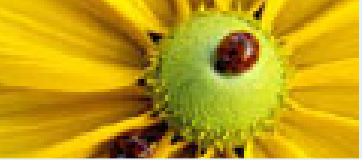
Algoritmo 1 — ALGORITMO DE ROTULAÇÃO DE COMPONENTES CONEXOS

ENTRADA: Imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, \vec{I})$, e relação de adjacência \mathcal{A} simétrica.

SAÍDA: Imagem rotulada $\hat{L} = (\mathcal{D}_I, L)$, onde $L(p) = 0$ inicialmente $\forall p \in \mathcal{D}_I$.

AUXILIARES: Fila FIFO Q e variável inteira $l = 1$.

1. **Para Cada** pixel $p \in \mathcal{D}_I$, tal que $L(p) = 0$, **Faça**
2. $L(p) \leftarrow l$ e insira p em Q .
3. **Enquanto** $Q \neq \emptyset$, **Faça**
4. Remova um pixel q de Q .
5. **Para Cada** $t \in \mathcal{A}(q)$, tal que $L(t) = 0$, **Faça**
6. $L(t) \leftarrow l$ e insira t em Q .
7. $l \leftarrow l + 1$



Rotulação de componentes

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação**
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

- Em muitas situações desejamos particionar uma imagem, identificando individualmente cada componente fortemente conexo. Por exemplo, podemos enumerar todos os componentes 1's de uma imagem binária ou definir componentes fortemente conexos em uma imagem cinza a partir de uma relação de dissimilaridade local entre pixels.



Rotulação de componentes

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação**
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

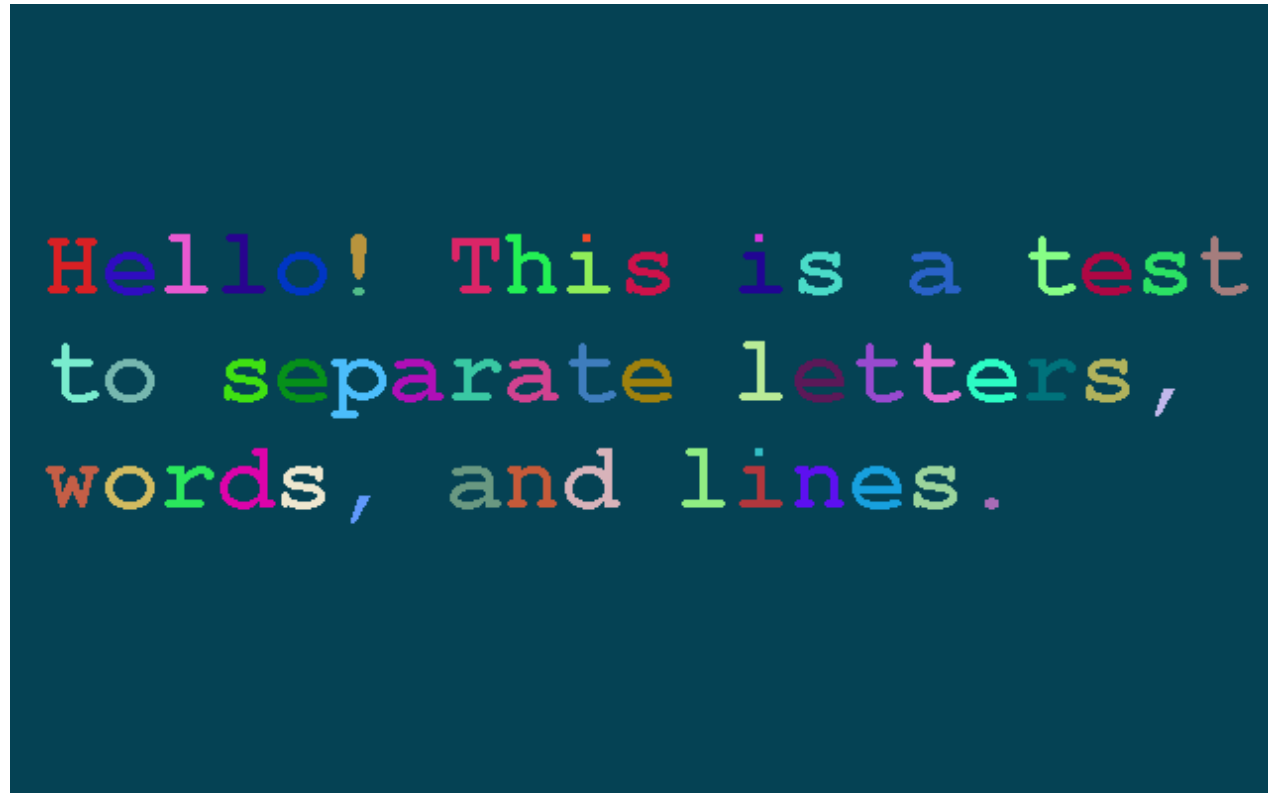
Hello! This is a test
to separate letters,
words, and lines.

Rotulação de componentes binários em uma imagem de 640×400 pixels.



Rotulação de componentes

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

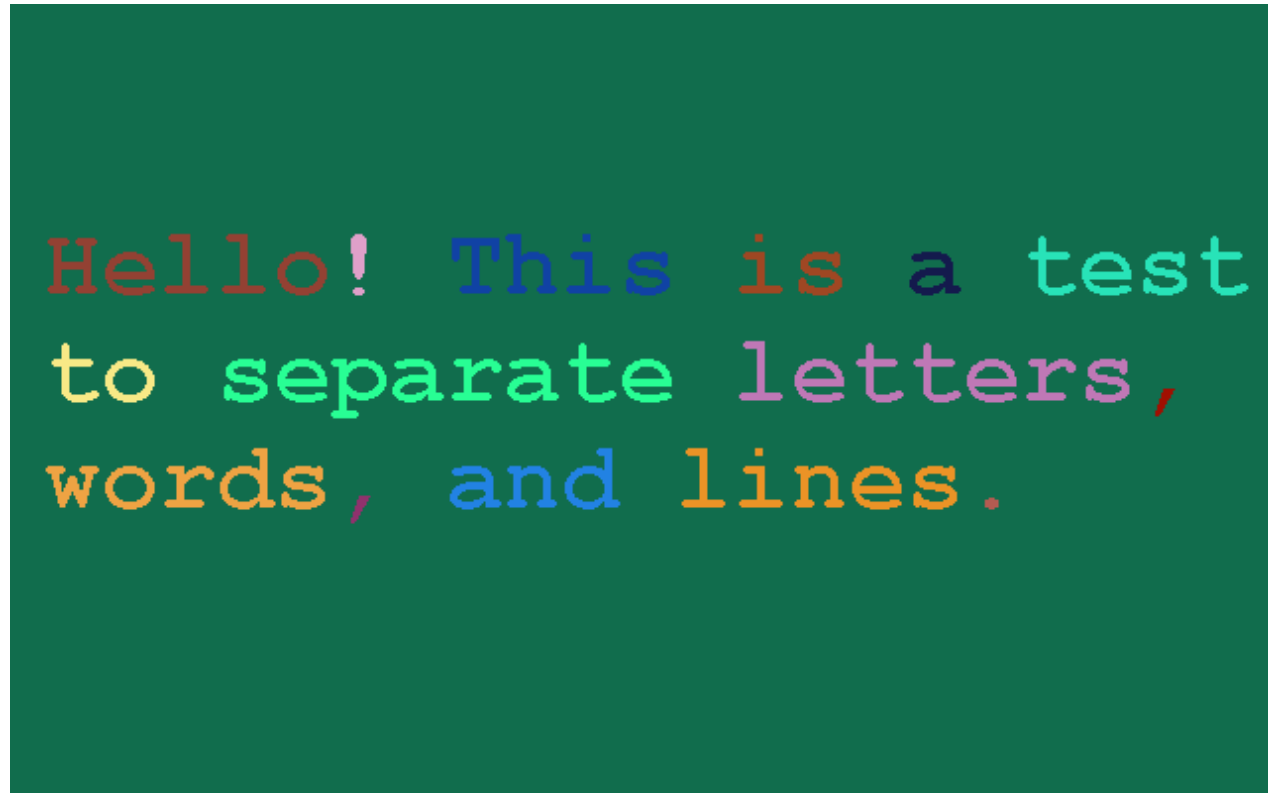


Por exemplo, considere uma adjacência euclidiana circular com raio $\rho_i = \sqrt{2}$ (vizinhos-8) no espaço da imagem e raio $\rho_a = 0$ no espaço de atributos para rotular as **letras** do texto binário.

Rotulação de componentes



- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia



Adjacência euclidiana circular de raio $\rho_i = 12$ no espaço da imagem e raio $\rho_a = 0$ no espaço de atributos para rotular as **palavras** do texto.

Rotulação de componentes



- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

A dark brown rectangular area containing the text "Hello! This is a test to separate letters, words, and lines." The text is rendered in a monospaced font. The first line "Hello! This is a test" is in cyan. The second line "to separate letters," is in green. The third line "words, and lines." is in orange. This illustrates the result of a line-based segmentation algorithm.

Adjacência retangular com lados $a = 100$ e $b = 20$ no espaço da imagem e circular de raio $\rho_a = 0$ no espaço de atributos para rotular as **linhas** do texto.



Rotulação por conjuntos disjuntos

O problema de rotulação de componentes conexos também pode ser visto como um problema de manutenção de conjuntos disjuntos (algoritmo *union-find*).

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Algoritmo 2 - Rotulação por conjuntos disjuntos:

ENTRADA: Imagem cinza $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$ e relação de adjacência \mathcal{A} simétrica.

SAÍDA: Imagem rotulada $\hat{L} = (\mathcal{D}_I, L)$.

AUXILIAR: Imagem de representantes $\hat{R} = (\mathcal{D}_I, R)$ de cada componente, imagem $\hat{N} = (\mathcal{D}_I, N)$ onde cada representante guarda o número de pixels de seu componente e variável inteira $l = 1$.

Rotulação por conjuntos disjuntos

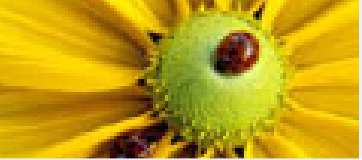
Algoritmo 2 — ROTULAÇÃO POR CONJUNTOS DISJUNTOS (CONT.)

1. **Para Cada** *pixel* $p \in \mathcal{D}_I$, **Faça** $R(p) \leftarrow p$ e $N(p) \leftarrow 1$.
2. **Para Cada** *pixel* $p \in \mathcal{D}_I$, **Faça**
3. $r_p \leftarrow \text{Representante}(\hat{R}, p)$.
4. **Para Cada** *pixel* $q \in \mathcal{A}(p)$, **Faça**
5. $r_q \leftarrow \text{Representante}(\hat{R}, q)$.
6. **Se** $r_q \neq r_p$, **Então**
7. $\text{Junte}(\hat{R}, r_p, r_q, \hat{N})$.
8. **Para Cada** *pixel* $p \in \mathcal{D}_I$, **Faça**
9. $R(p) \leftarrow \text{Representante}(\hat{R}, p)$.
10. **Se** $R(p) = p$, **Então** $L(p) \leftarrow l$ e $l \leftarrow l + 1$.
11. **Para Cada** *pixel* $p \in \mathcal{D}_I$, **Faça** $L(p) \leftarrow L(R(p))$.

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Algoritmo para encontrar o representante com compressão:

Algoritmo 3 — $Representante(\hat{R}, p)$

1. Se $R(p) = p$, **Então**
2. \perp *retorne* p .
3. **Senão**
4. \perp *retorne* $R(p) \leftarrow Representante(\hat{R}, R(p))$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Algoritmo de união de componentes com otimização:

Algoritmo 4 — $Junte(\hat{R}, r_p, r_q, \hat{N})$

1. **Se** $N(r_p) \geq N(r_q)$, **Então**
2. \downarrow $N(r_p) \leftarrow N(r_p) + N(r_q)$ e $R(r_q) \leftarrow r_p$.
3. **Senão**
4. \downarrow $N(r_q) \leftarrow N(r_q) + N(r_p)$, $R(r_p) \leftarrow r_q$ e $r_p \leftarrow r_q$.

Observe que r_p pode ser atualizado na linha 4 da função *Junte*, portanto deve ser passado por referência.



Rotulação por conjuntos disjuntos

A rotulação pode levar em conta propriedades mais globais dos componentes, como o brilho médio, por exemplo. No algoritmo abaixo, regiões são fundidas se o valor absoluto da diferença de seus brilhos médios for menor ou igual a um limiar fornecido T .

Algoritmo 5 - Rotulação por conjuntos disjuntos e dissimilaridade de regiões:

ENTRADA: Imagem cinza $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$, relação de adjacência \mathcal{A} simétrica e limiar T .

SAÍDA: Imagem rotulada $\hat{L} = (\mathcal{D}_I, L)$.

AUXILIAR: Imagem de representantes $\hat{R} = (\mathcal{D}_I, R)$ de cada componente, imagem $\hat{S} = (\mathcal{D}_I, S)$ onde cada representante guarda a soma dos brilhos dos pixels do componente, imagem $\hat{N} = (\mathcal{D}_I, N)$ onde cada representante guarda o número de pixels de seu componente e variável inteira $l = 1$.

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Rotulação por conjuntos disjuntos

Algoritmo 5 — ROTULAÇÃO POR CONJUNTOS DISJUNTOS (CONT.)

1. **Para Cada** *pixel* $p \in \mathcal{D}_I$, **Faça** $R(p) \leftarrow p$, $S(p) \leftarrow I(p)$ e $N(p) \leftarrow 1$.
2. **Para Cada** *pixel* $p \in \mathcal{D}_I$, **Faça**
 3. $r_p \leftarrow \text{Representante}(\hat{R}, p)$.
 4. **Para Cada** *pixel* $q \in \mathcal{A}(p)$, **Faça**
 5. $r_q \leftarrow \text{Representante}(\hat{R}, q)$.
 6. **Se** $r_q \neq r_p$, **Então**
 7. **Se** $\left| \frac{S(r_p)}{N(r_p)} - \frac{S(r_q)}{N(r_q)} \right| \leq T$, **Então**
 8. $\text{Junte}(\hat{R}, r_p, r_q, \hat{S}, \hat{N})$.
9. **Para Cada** *pixel* $p \in \mathcal{D}_I$, **Faça**
 10. $R(p) \leftarrow \text{Representante}(\hat{R}, p)$.
 11. **Se** $R(p) = p$, **Então** $L(p) \leftarrow l$ e $l \leftarrow l + 1$.
12. **Para Cada** *pixel* $p \in \mathcal{D}_I$, **Faça** $L(p) \leftarrow L(R(p))$.

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Algoritmo para encontrar o representante com compressão:

Algoritmo 6 — $Representante(\hat{R}, p)$

1. Se $R(p) = p$, **Então**
2. \perp *retorne* p .
3. **Senão**
4. \perp *retorne* $R(p) \leftarrow Representante(\hat{R}, R(p))$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação

Rotulação por conjuntos disjuntos

Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Algoritmo de união de componentes com otimização:

Algoritmo 7 — $Junte(\hat{R}, r_p, r_q, \hat{S}, \hat{N})$

1. **Se** $N(r_p) \geq N(r_q)$, **Então**
2. \perp $N(r_p) \leftarrow N(r_p) + N(r_q)$, $S(r_p) \leftarrow S(r_p) + S(r_q)$, e $R(r_q) \leftarrow r_p$.
3. **Senão**
4. \perp $N(r_q) \leftarrow N(r_q) + N(r_p)$, $S(r_q) \leftarrow S(r_q) + S(r_p)$, $R(r_p) \leftarrow r_q$, e $r_p \leftarrow r_q$.

Observe que r_p pode ser atualizado na linha 4 da função *Junte*, portanto deve ser passado por referência.

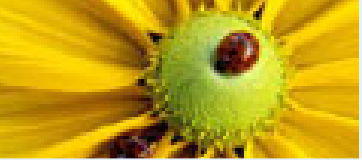


Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia



Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$ e limiar $T = 120$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia



Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$ e limiar $T = 30$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



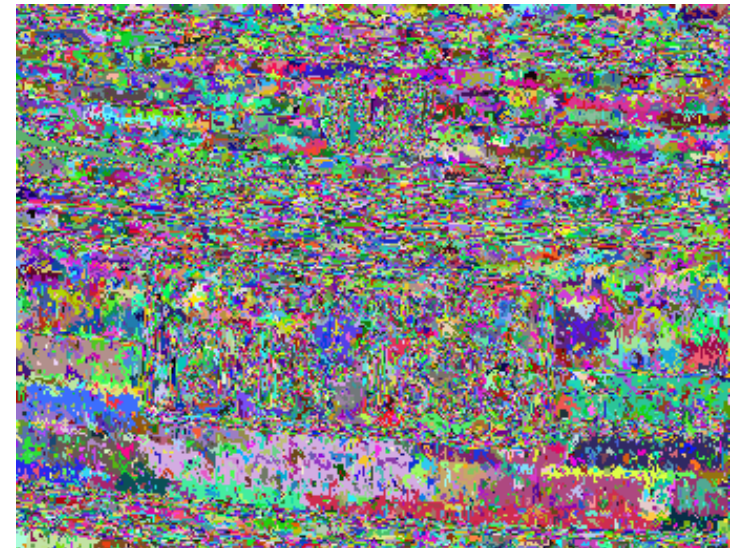
$$T = 0$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 1$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.

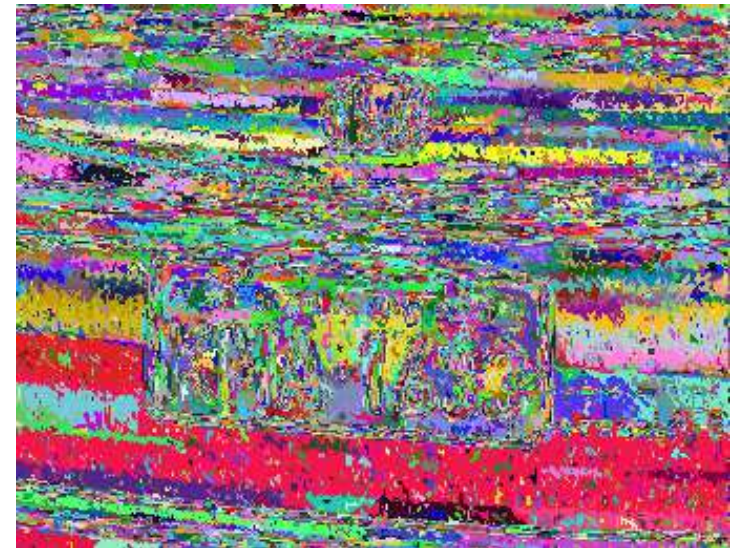
- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 2$$

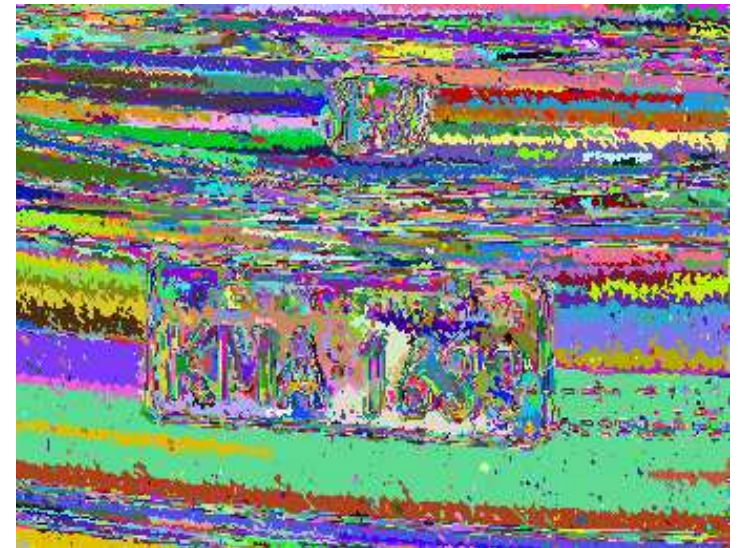
Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

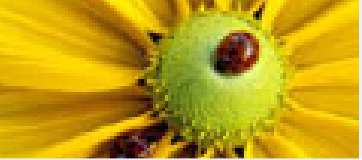
- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 3$$

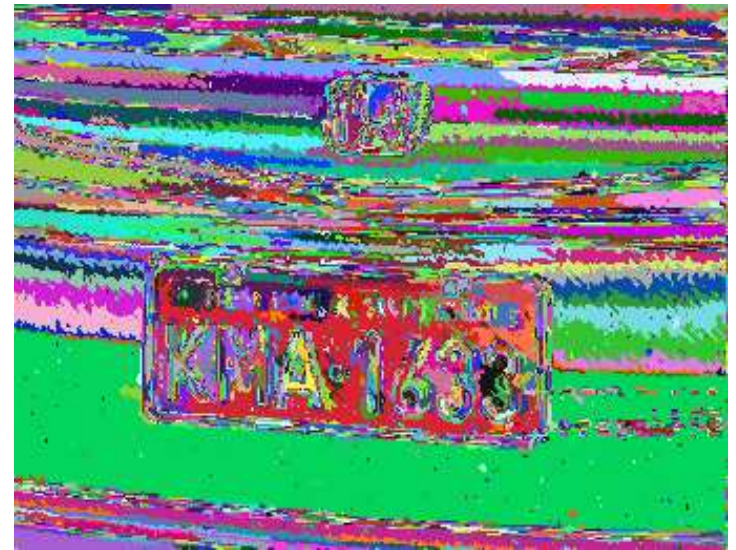
Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 4$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 5$$

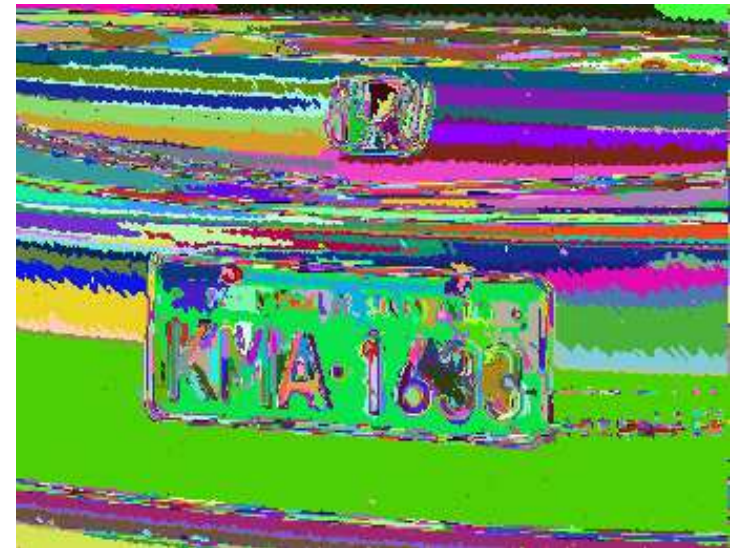
Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

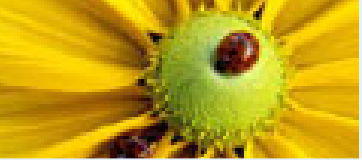
Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 6$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 7$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 8$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 9$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 10$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



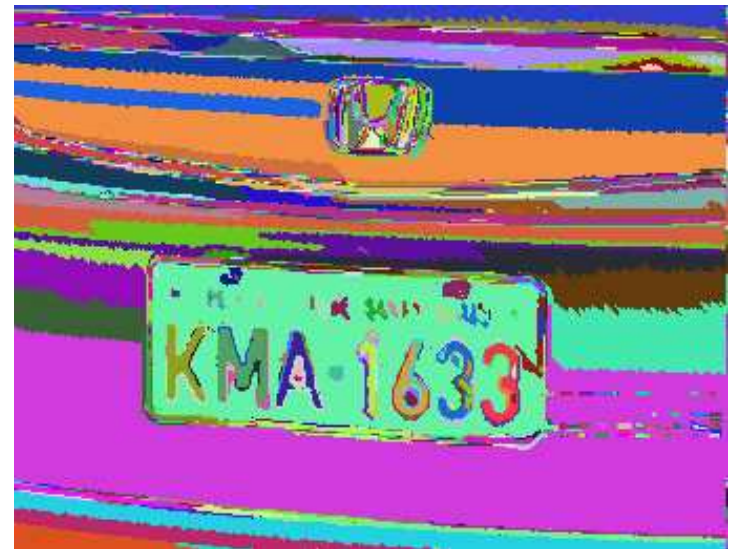
$$T = 11$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 12$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia



Rotulação por conjuntos disjuntos

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 13$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 14$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$T = 15$

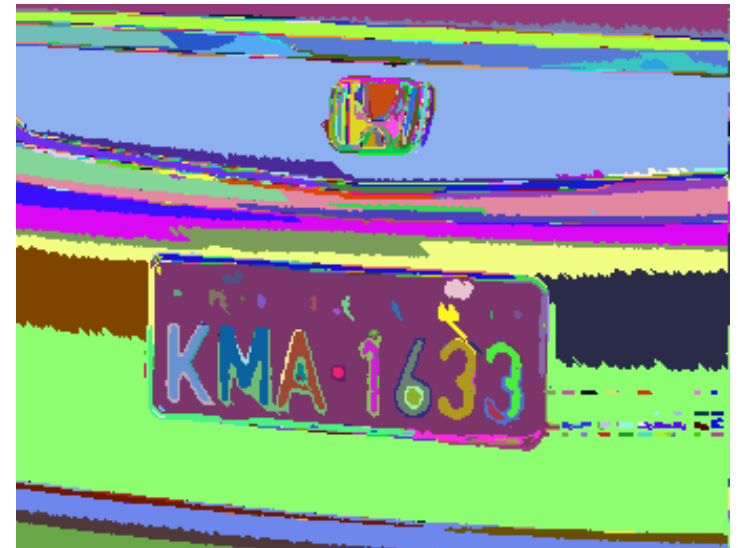
Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 16$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 17$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 18$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 19$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 20$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 21$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 22$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.

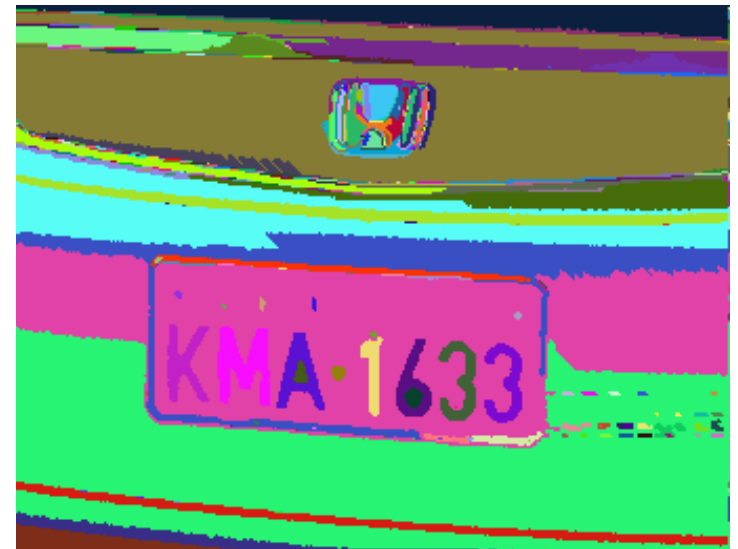
Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 23$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 30$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 40$$

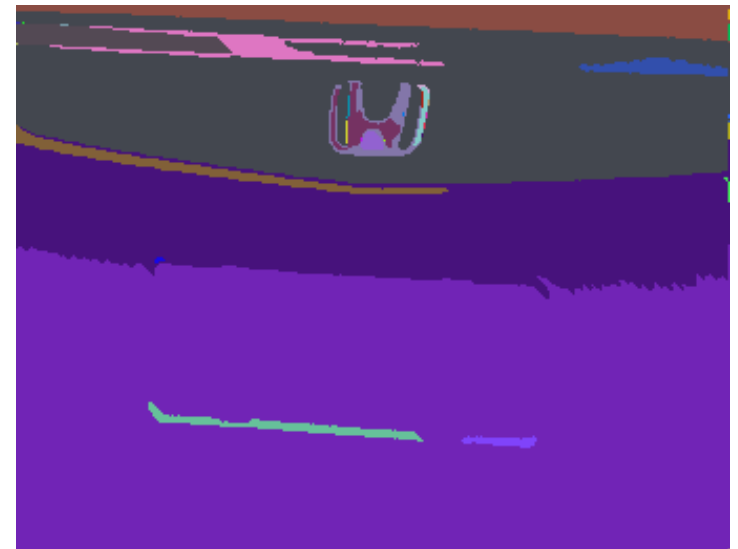
Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 50$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 60$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

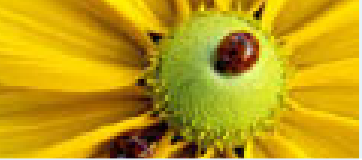
- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 70$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 80$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

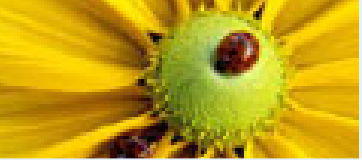
Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 90$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.

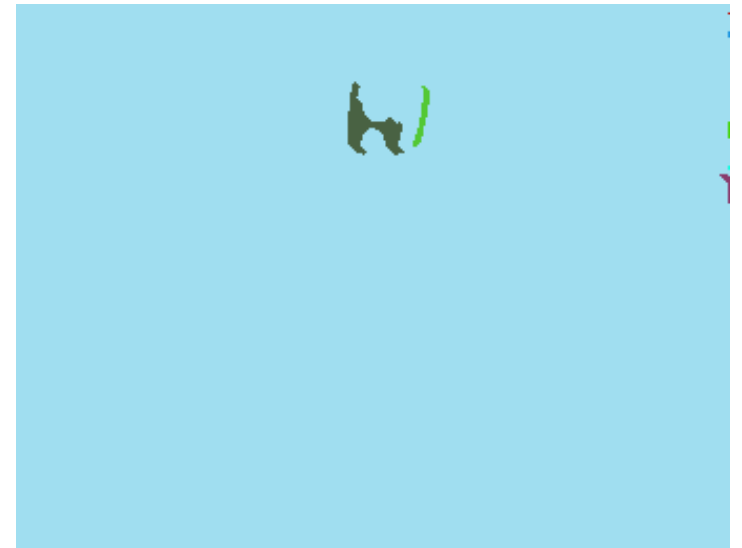
- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 100$$

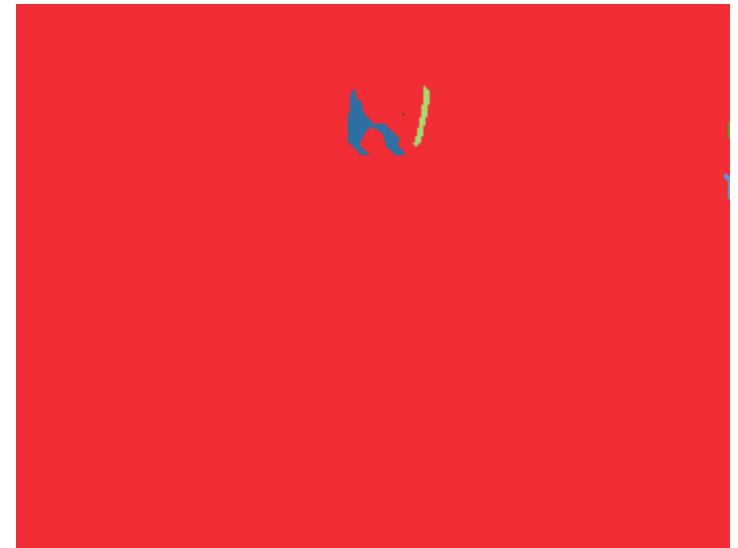
Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 110$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 120$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia



Rotulação por conjuntos disjuntos

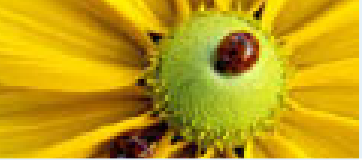
Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 130$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 140$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 150$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Rotulação por conjuntos disjuntos

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos**
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Variando o limiar T no Algoritmo 5, temos uma sequência de partições:



$$T = 160$$

Algoritmo 5 com adjacência euclidiana circular de raio $\rho = \sqrt{2}$.



Hierarquia de partições

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

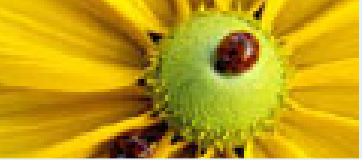
- Uma partição do conjunto finito V é um conjunto \mathbf{P} de subconjuntos disjuntos e não vazios de V , cuja união é V .
 - ◆ Isto é, $\forall X, Y \in \mathbf{P}, X \cap Y = \emptyset$ se $X \neq Y$ e $\bigcup\{X \in \mathbf{P}\} = V$.
- Qualquer elemento de uma partição \mathbf{P} de V é chamado de *região* de \mathbf{P} .
- Se x é um elemento de V , existe uma única região de \mathbf{P} que contém x ; essa única região é denotada por $[\mathbf{P}]_x$.



Hierarquia de partições

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

- Dadas duas partições \mathbf{P} e \mathbf{P}' de um conjunto V , dizemos que \mathbf{P}' é um *refinamento* de \mathbf{P} se qualquer região de \mathbf{P}' está incluída em uma região de \mathbf{P} .
- Uma hierarquia (em V) é uma sequência $H = (\mathbf{P}_0, \dots, \mathbf{P}_\ell)$ de partições de V tal que \mathbf{P}_{i-1} é um refinamento de \mathbf{P}_i , para qualquer $i \in \{1, \dots, \ell\}$.
- Se $H = (\mathbf{P}_0, \dots, \mathbf{P}_\ell)$ é uma hierarquia, o inteiro ℓ é chamado a *profundidade* de H .
- Uma hierarquia $H = (\mathbf{P}_0, \dots, \mathbf{P}_\ell)$ é chamada de *completa* se $\mathbf{P}_\ell = \{V\}$ e se \mathbf{P}_0 contém todos os elementos individuais de V como regiões separadas (isto é, $\mathbf{P}_0 = \{\{x\} \mid x \in V\}$).



Hierarquia de partições

Pergunta: A sequência de partições obtida pelo Algoritmo 5, variando o limiar T , é uma hierarquia de partições?

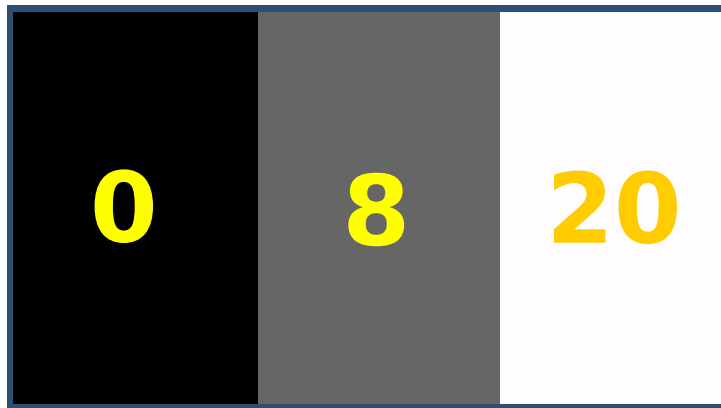
Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conexidade
Relação de conexidade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia



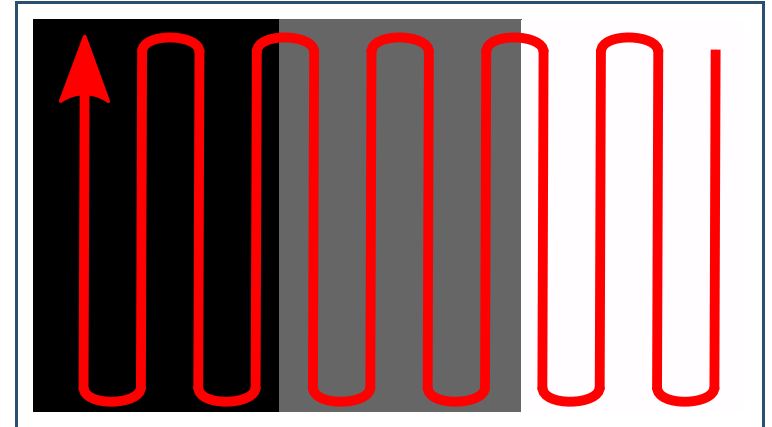
Hierarquia de partições

Pergunta: A sequência de partições obtida pelo Algoritmo 5, variando o limiar T , é uma hierarquia de partições?

- Mesmo fixando a ordem de percurso dos nós para evitar ambiguidades na escolha de fusões, ainda assim temos o seguinte contraexemplo:



(a) Imagem com valores de brilho indicados



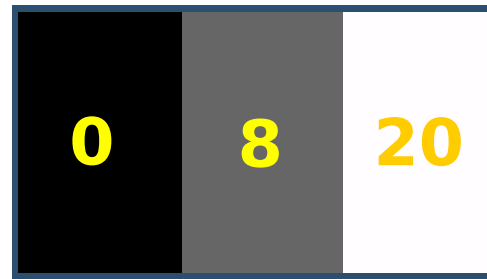
(b) Ordem de percurso dos nós considerada

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições**
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

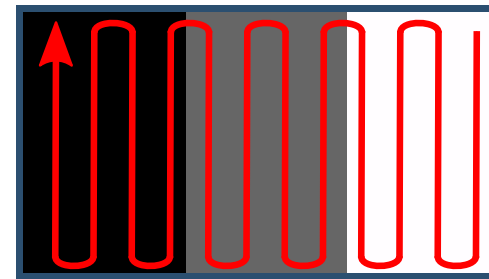


Hierarquia de partições

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições**
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

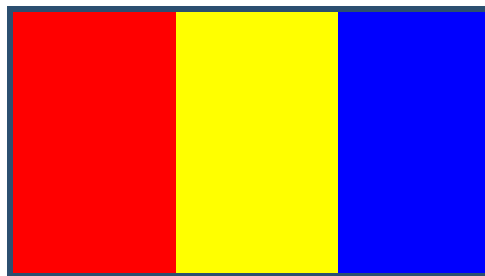


(a) Imagem com valores de brilho indicados

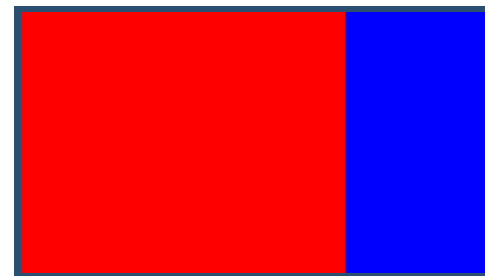


(b) Ordem de percurso dos nós considerada

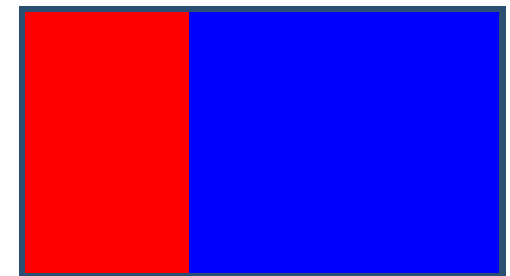
Temos a seguinte sequência de partições obtida pelo Algoritmo 5, variando o limiar T :



(c) $T = 0$



(d) $T = 8$



(e) $T = 12$

Observe a violação da propriedade de refinamento.



Hierarquia de partições

- Uma relação binária entre pixels contida no produto cartesiano $V \times V$ que satisfaz as propriedades de reflexividade, simetria e transitividade:
 - ◆ é uma relação de equivalência,
 - ◆ induz naturalmente uma segmentação da imagem,
 - ◆ pois uma relação de equivalência permite particionar o grafo em classes de equivalência.

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conexidade
Relação de conexidade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia



Hierarquia de partições

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

Exemplo:

- Para um grafo não direcionado, considere a relação binária $a \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} b$ tal que existe um caminho $\pi_{a \rightsquigarrow b}$ interligando os pixels a e b (isto é, $\pi_{a \rightsquigarrow b} = \langle p_1, \dots, p_n \rangle$ com $a = p_1$ e $b = p_n$), tal que:
 - ◆ $\pi_{a \rightsquigarrow b}$ é trivial (isto é, $a = b$ e $\pi_{a \rightsquigarrow b} = \langle a \rangle$), ou
 - ◆ $\pi_{a \rightsquigarrow b}$ contém apenas arestas com pesos abaixo de um dado limiar κ (isto é, $\omega(p_i, p_{i+1}) < \kappa$, para qualquer $i \in \{1, \dots, n - 1\}$).

Propriedades:

1. $a \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} a$ (reflexividade)
2. $a \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} b \implies b \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} a$ (simetria)
3. $a \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} b$ e $b \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} c \implies a \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} c$ (transitividade)



Hierarquia de partições

- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições**
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

Exemplo:

- Para um grafo não direcionado, considere a relação binária $a \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} b$ tal que existe um caminho $\pi_{a \rightsquigarrow b}$ interligando os pixels a e b (isto é, $\pi_{a \rightsquigarrow b} = \langle p_1, \dots, p_n \rangle$ com $a = p_1$ e $b = p_n$), tal que:
 - ◆ $\pi_{a \rightsquigarrow b}$ é trivial (isto é, $a = b$ e $\pi_{a \rightsquigarrow b} = \langle a \rangle$), ou
 - ◆ $\pi_{a \rightsquigarrow b}$ contém apenas arestas com pesos abaixo de um dado limiar κ (isto é, $\omega(p_i, p_{i+1}) < \kappa$, para qualquer $i \in \{1, \dots, n - 1\}$).

Propriedades:

1. $a \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} a$ (reflexividade)
2. $a \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} b \implies b \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} a$ (simetria)
3. $a \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} b$ e $b \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} c \implies a \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} c$ (transitividade)

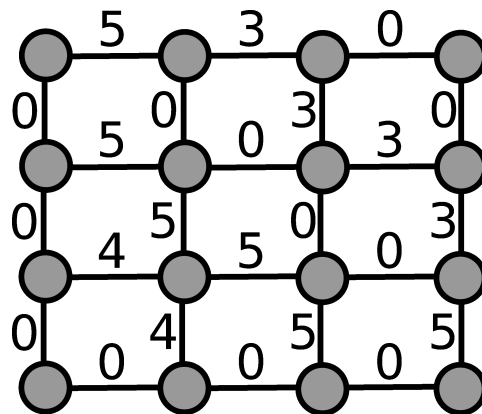
relação de equivalência



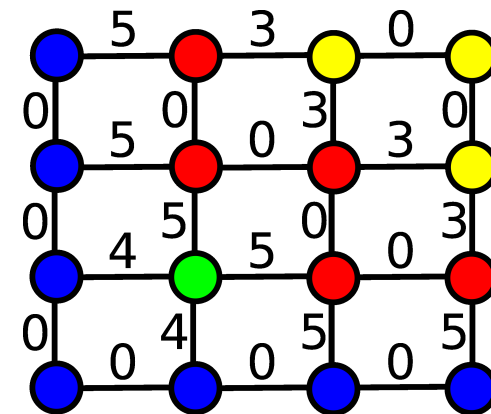
Hierarquia de partições

- As partições geradas por essa relação binária correspondem aos componentes conexos do grafo, após a remoção de todas as arestas com pesos maiores ou iguais à κ .
- Variando o parâmetro κ , é possível construir uma hierarquia das partições.

Exemplo:



Grafo de imagem com vizinhança-4



Partições para $\kappa = 3$

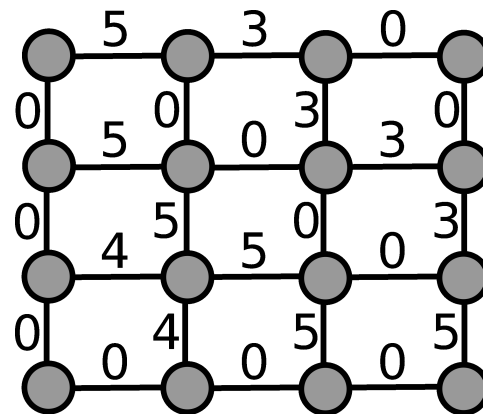
Imagem Digital
 Imagem em tons de cinza
 Imagem multidimensional
 Imagem multibanda
 Imagem como grafo
 Relação de conectividade
 Relação de conectividade
 Componente Conexo
 Rotulação de componentes conexos
 Algoritmo de rotulação
 Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
 Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
 Segmentação baseada em sementes
 Bibliografia



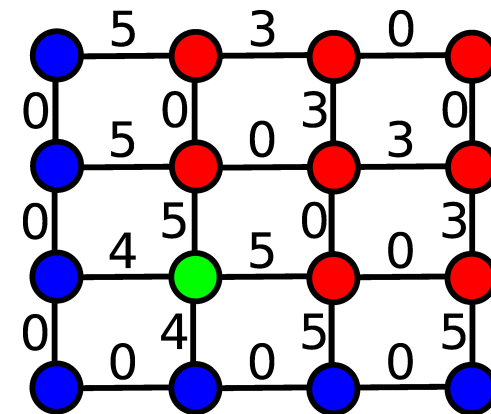
Hierarquia de partições

- As partições geradas por essa relação binária correspondem aos componentes conexos do grafo, após a remoção de todas as arestas com pesos maiores ou iguais à κ .
- Variando o parâmetro κ , é possível construir uma hierarquia das partições.

Exemplo:



Grafo de imagem com vizinhança-4



Partições para $\kappa = 4$

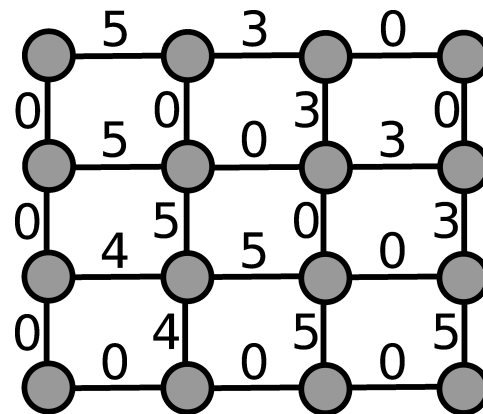
Imagem Digital
 Imagem em tons de cinza
 Imagem multidimensional
 Imagem multibanda
 Imagem como grafo
 Relação de conectividade
 Relação de conectividade
 Componente Conexo
 Rotulação de componentes conexos
 Algoritmo de rotulação
 Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
 Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
 Segmentação baseada em sementes
 Bibliografia



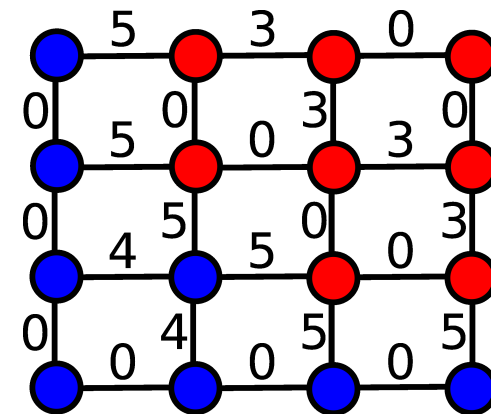
Hierarquia de partições

- As partições geradas por essa relação binária correspondem aos componentes conexos do grafo, após a remoção de todas as arestas com pesos maiores ou iguais à κ .
- Variando o parâmetro κ , é possível construir uma hierarquia das partições.

Exemplo:



Grafo de imagem com vizinhança-4



Partições para $\kappa = 5$

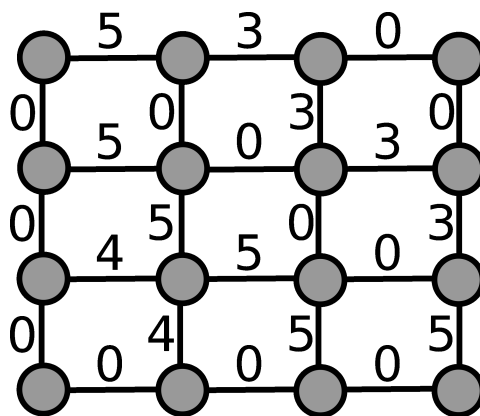
Imagem Digital
 Imagem em tons de cinza
 Imagem multidimensional
 Imagem multibanda
 Imagem como grafo
 Relação de conectividade
 Relação de conectividade
 Componente Conexo
 Rotulação de componentes conexos
 Algoritmo de rotulação
 Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
 Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
 Segmentação baseada em sementes
 Bibliografia



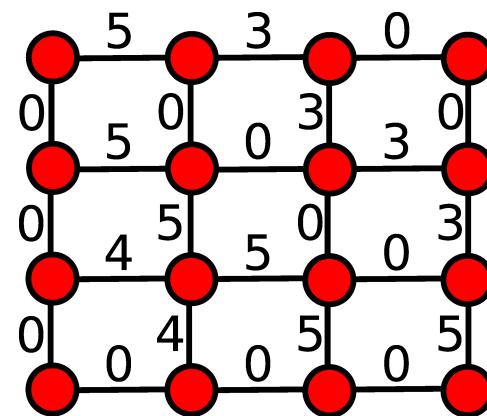
Hierarquia de partições

- As partições geradas por essa relação binária correspondem aos componentes conexos do grafo, após a remoção de todas as arestas com pesos maiores ou iguais à κ .
- Variando o parâmetro κ , é possível construir uma hierarquia das partições.

Exemplo:



Grafo de imagem com vizinhança-4



Partições para $\kappa = 6$

A criação de hierarquias acima é conhecida como hierarquia de zona quase plana (**quasi-flat zone hierarchy** [1]).

Imagem Digital
 Imagem em tons de cinza
 Imagem multidimensional
 Imagem multibanda
 Imagem como grafo
 Relação de conectividade
 Relação de conectividade
 Componente Conexo
 Rotulação de componentes conexos
 Algoritmo de rotulação
 Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
 Correspondência:
 Hierarquias e mapas de saliência
 Segmentação baseada em sementes
 Bibliografia



Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

- Dado um grafo $G(V, E)$, uma partição de V é conexa (em G) se todas as suas regiões são conexas e uma hierarquia em V é conexa (em G) se todas as suas partições são conexas.
- Uma hierarquia conexa pode ser tratada de forma equivalente por meio de um grafo ponderado nas arestas, com $w : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$ sendo a função de peso. Este grafo é conhecido como mapa de saliência (**saliency map** [1]).



Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

- Vimos que qualquer grafo ponderado nas arestas induz uma hierarquia conexa de partições (chamada de hierarquia de zona quase plana). Nesta seção, abordamos o problema inverso:
 - ◆ Dada uma hierarquia conexa H , encontre um mapa w de modo que a hierarquia de zona quase plana para w é precisamente H .
 - ◆ Veremos que os mapas de saliência (saliency maps) fornecem uma solução para este problema.

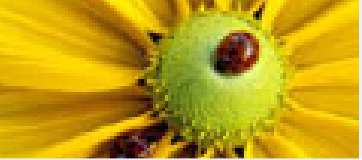


Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
Bibliografia

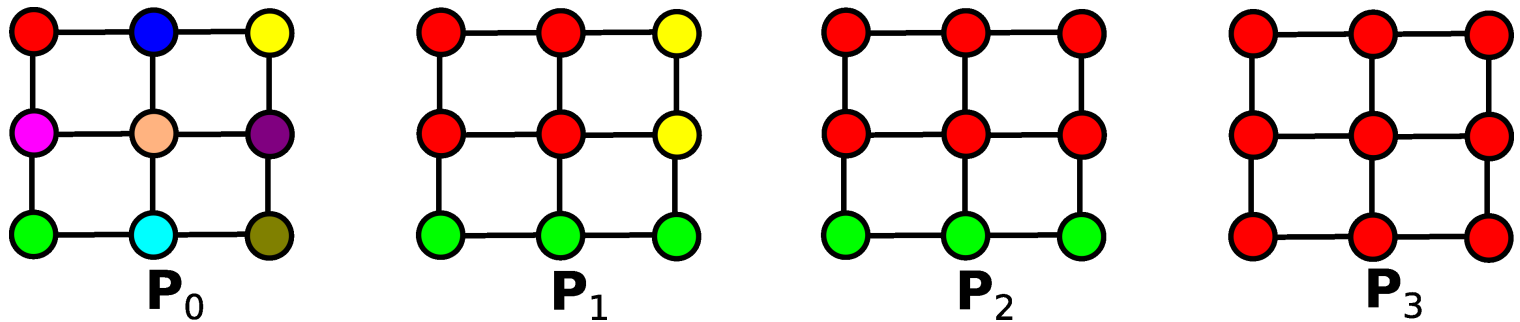
- Seja \mathbf{P} uma partição de V , o corte de \mathbf{P} (em G), denotado por $\phi_G(\mathbf{P})$, é o conjunto de arestas de G formadas por dois vértices em regiões diferentes de \mathbf{P} , isto é,
$$\phi_G(\mathbf{P}) = \{\{x, y\} \in E \mid [\mathbf{P}]_x \neq [\mathbf{P}]_y\}.$$
- Seja $H = (\mathbf{P}_0, \dots, \mathbf{P}_\ell)$ uma hierarquia em V . O mapa de saliência de H é o mapa $\Phi_G(H)$ de E a $\{0, \dots, \ell\}$ de modo que o peso de qualquer aresta u para $\Phi_G(H)$ é o máximo valor λ para o qual u pertence ao corte de \mathbf{P}_λ :

$$\Phi_G(H)(u) = \max\{\lambda \in \{0, \dots, \ell\} \mid u \in \phi_G(\mathbf{P}_\lambda)\}$$



Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência

Considere o exemplo abaixo de uma hierarquia conexa $H = (\mathbf{P}_0, \dots, \mathbf{P}_\ell)$ com $\ell = 3$ em um grafo de vizinhança-4:

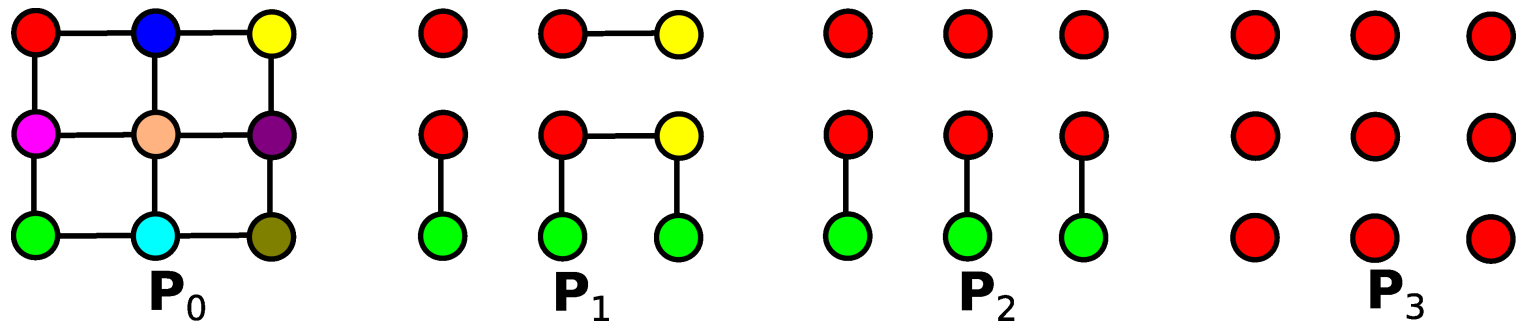


- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia

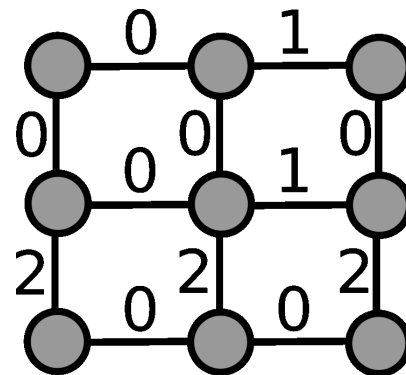


Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência

Abaixo são mostradas as arestas pertencentes aos cortes $\phi_G(\mathbf{P}_i)$ para cada uma das partições \mathbf{P}_i da hierarquia para $0 \leq i \leq \ell$:



O mapa de saliência $\Phi_G(H)$ resultante é mostrado abaixo:



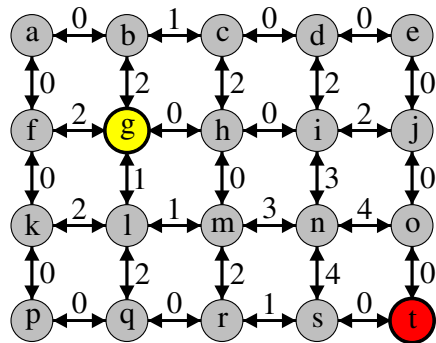
- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes
- Bibliografia



Segmentação baseada em sementes

A partição da imagem pode também ser guiada pela inclusão de restrições fortes (sementes/marcadores), na forma de uma rotulação parcial da imagem.

- Dadas duas sementes g e t de objeto e fundo,
- Considere a seguinte definição: $\mathcal{O}_\kappa = \{p \in V \mid g \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} p\}$



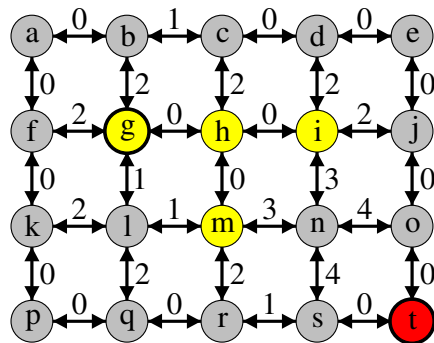
- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes**
- Bibliografia



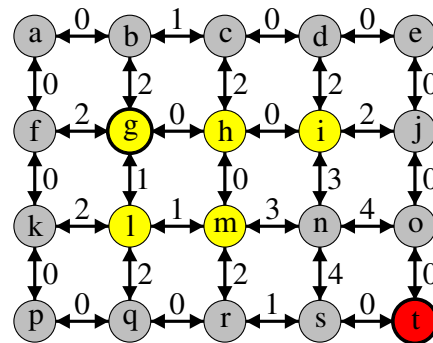
Segmentação baseada em sementes

A partição da imagem pode também ser guiada pela inclusão de restrições fortes (sementes/marcadores), na forma de uma rotulação parcial da imagem.

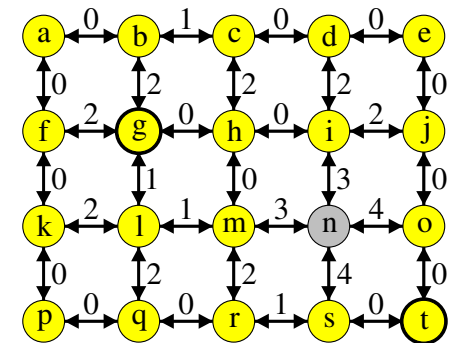
- Dadas duas sementes g e t de objeto e fundo,
- Considere a seguinte definição: $\mathcal{O}_\kappa = \{p \in V \mid g \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} p\}$



\mathcal{O}_1



\mathcal{O}_2



\mathcal{O}_3

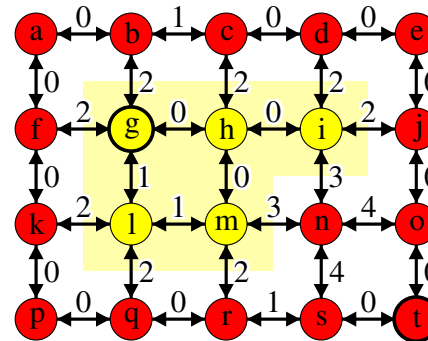
Imagem Digital
 Imagem em tons de cinza
 Imagem multidimensional
 Imagem multibanda
 Imagem como grafo
 Relação de conectividade
 Relação de conectividade
 Componente Conexo
 Rotulação de componentes conexos
 Algoritmo de rotulação
 Rotulação por conjuntos disjuntos
 Hierarquia de partições
 Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
 Segmentação baseada em sementes
 Bibliografia



Segmentação baseada em sementes

A partição da imagem pode também ser guiada pela inclusão de restrições fortes (sementes/marcadores), na forma de uma rotulação parcial da imagem.

- Dadas duas sementes g e t de objeto e fundo,
- Considere a seguinte definição: $\mathcal{O}_\kappa = \{p \in V \mid g \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} p\}$



Tomamos como objeto final \mathcal{O}_{κ^*} , com $\kappa^* = \max\{\kappa \in \{0, \dots, w_{max}\} \mid \text{not } g \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} t\}$.

Logo, temos a partição $\mathbf{P} = \{\mathcal{O}_{\kappa^*}, V \setminus \mathcal{O}_{\kappa^*}\}$.

Este método corresponde a versão dual (complementada) do **Relative Fuzzy Connectedness [2]**.

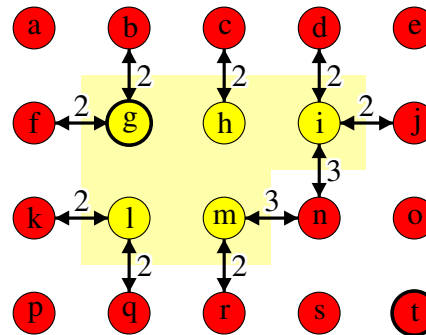
- Imagem Digital
- Imagem em tons de cinza
- Imagem multidimensional
- Imagem multibanda
- Imagem como grafo
- Relação de conectividade
- Relação de conectividade
- Componente Conexo
- Rotulação de componentes conexos
- Algoritmo de rotulação
- Rotulação por conjuntos disjuntos
- Hierarquia de partições
- Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
- Segmentação baseada em sementes**
- Bibliografia



Segmentação baseada em sementes

A partição da imagem pode também ser guiada pela inclusão de restrições fortes (sementes/marcadores), na forma de uma rotulação parcial da imagem.

- Dadas duas sementes g e t de objeto e fundo,
- Considere a seguinte definição: $\mathcal{O}_\kappa = \{p \in V \mid g \overset{\kappa}{\rightsquigarrow} p\}$



O corte resultante $\mathcal{C} = \phi_G(\mathbf{P})$ é ótimo, maximizando a medida de energia abaixo, entre todas as segmentações que separam as sementes:

$$\varepsilon(\mathcal{C}) = \min_{\langle a,b \rangle \in \mathcal{C}} w(a,b)$$

Note que $\varepsilon(\mathcal{C}) = \kappa^*$.

Imagem Digital
 Imagem em tons de cinza
 Imagem multidimensional
 Imagem multibanda
 Imagem como grafo
 Relação de conectividade
 Relação de conectividade
 Componente Conexo
 Rotulação de componentes conexos
 Algoritmo de rotulação
 Rotulação por conjuntos disjuntos
 Hierarquia de partições
 Correspondência: Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes
 Bibliografia



Bibliografia

Imagem Digital
Imagem em tons de cinza
Imagem multidimensional
Imagem multibanda
Imagem como grafo
Relação de conectividade
Relação de conectividade
Componente Conexo
Rotulação de componentes conexos
Algoritmo de rotulação
Rotulação por conjuntos disjuntos
Hierarquia de partições
Correspondência:
Hierarquias e mapas de saliência
Segmentação baseada em sementes

Bibliografia

- [1] **Hierarchical Segmentations with Graphs: Quasi-flat Zones, Minimum Spanning Trees, and Saliency Maps.** *Jean Cousty, Laurent Najman, Yukiko Kenmochi, Silvio Guimarães.* Journal of Mathematical Imaging and Vision, volume 60, pages 479-502 (2018)
- [2] **Relative Fuzzy Connectedness and Object Definition: Theory, Algorithms, and Applications in Image Segmentation.** *Jayaram K. Udupa, Punam K. Saha, Roberto A. Lotufo.* IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, volume 24, no. 11, pages 1485-1500 (2002)