

Transformada Imagem-Floresta (IFT)

Prof. Dr. Paulo A. V. de Miranda
Instituto de Matemática e Estatística (IME),
Universidade de São Paulo (USP)
pmiranda@vision.ime.usp.br



Caminhos no grafo

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade

Bibliografia

- Um caminho π no grafo $G = (\mathcal{D}_I, \mathcal{A})$ é uma sequência de pixels distintos $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$, onde $(p_i, p_{i+1}) \in \mathcal{A}$, $i = 1, 2, \dots, n - 1$. p_1 é a origem $org(\pi)$ do caminho e p_n é o destino $dst(\pi)$.
- $\pi_t = \langle p_1, p_2, \dots, p_n = t \rangle$ é um caminho com término em um pixel t .
- $\pi_{s \rightsquigarrow t} = \langle p_1 = s, p_2, \dots, p_n = t \rangle$ é um caminho com origem em s e término em t .
- O caminho π é dito **trivial** se $\pi = \langle p_1 \rangle$.
- Seja π um caminho que termina em um pixel p e $(p, q) \in \mathcal{A}$, então $\pi \cdot \langle p, q \rangle$ é dito o caminho resultante da concatenação de π e $\langle p, q \rangle$ com as duas instâncias de p se fundindo em uma.
- Um pixel q é dito **conexo** a um pixel p se existir um caminho de p a q em $G = (\mathcal{D}_I, \mathcal{A})$.



Funções de conexidade

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade

Bibliografia

- Uma função de conexidade $f(\pi)$ associa um valor escalar a qualquer caminho no grafo $G = (\mathcal{D}_I, \mathcal{A})$, com base em propriedades da imagem ao longo deste caminho.
- Em segmentação, por exemplo, propriedades locais da imagem (vetor de atributos, gradiente da imagem) e globais do objeto desejado (modelo esperado de distribuição de cor/textura, restrições de forma) podem ser exploradas no cálculo de $f(\pi)$ para indicar a força de conexidade entre seus nós terminais através do caminho π .

Funções de conexão

As funções de conexão são especificadas por uma regra de inicialização e uma regra de extensão de caminho.

$$\begin{aligned} f_{\max}(\langle t \rangle) &= H(t) \\ f_{\max}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) &= \max\{f_{\max}(\pi_s), w(s, t)\} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f_{\text{sum}}(\langle t \rangle) &= H(t) \\ f_{\text{sum}}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) &= f_{\text{sum}}(\pi_s) + w(s, t) \end{aligned} \quad (2)$$

$$f_{\text{euc}}(\langle p_1, \dots, p_n \rangle) = \begin{cases} \|p_n - p_1\|^2 & \text{se } p_1 \in \mathcal{S} \\ +\infty & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3)$$

onde $H(t)$ é um valor inicial, $w(s, t)$ é um peso de arco ($w(s, t) \geq 0$ em f_{sum}), e $\mathcal{S} \subset \mathcal{D}_I$ é um conjunto de sementes.

Caminhos no grafo

Funções de conexão

Caminho Ótimo Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas podem ser resolvidos?

Floresta de espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de prioridade

Bibliografia



Funções de conectividade

Exemplo: Grafo de imagem com vizinhança-4



Caminhos no grafo

Funções de conectividade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos

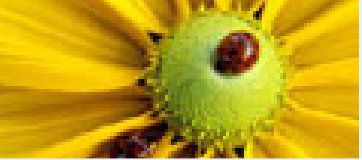
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade

Bibliografia



Funções de conexão

Exemplo: Grafo de imagem com vizinhança-4

7	5	3	1
8	7	5	2

- O valor dentro de cada nó p representa o seu valor de intensidade $I(p)$.

Caminhos no grafo

Funções de conexão

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

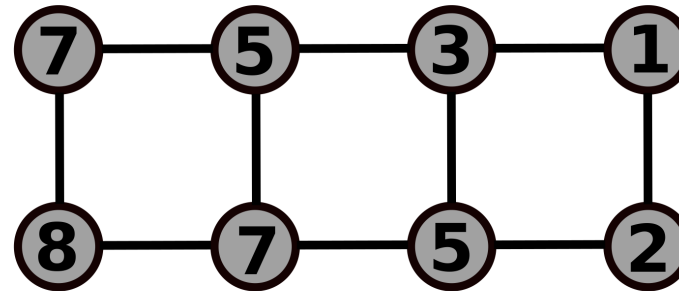
prioridade

Bibliografia



Funções de conectividade

Exemplo: Grafo de imagem com vizinhança-4



- O valor dentro de cada nó p representa o seu valor de intensidade $I(p)$.

Caminhos no grafo

Funções de conectividade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

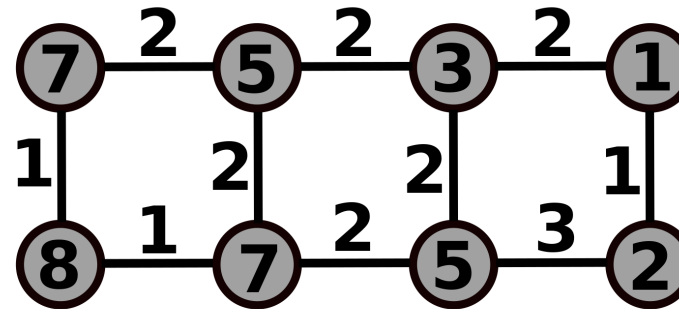
prioridade

Bibliografia



Funções de conectividade

Exemplo: Grafo de imagem com vizinhança-4



- O valor dentro de cada nó p representa o seu valor de intensidade $I(p)$.
- Os pesos das arestas foram calculados como $w(p, q) = |I(p) - I(q)|$.

Caminhos no grafo

Funções de conectividade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

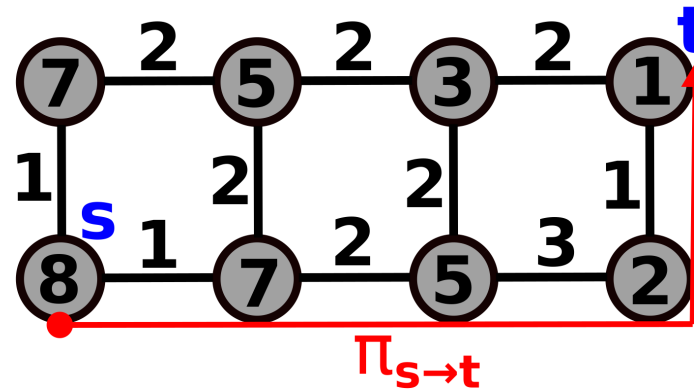
prioridade

Bibliografia



Funções de conectividade

Exemplo: Grafo de imagem com vizinhança-4



- O valor dentro de cada nó p representa o seu valor de intensidade $I(p)$.
- Os pesos das arestas foram calculados como $w(p, q) = |I(p) - I(q)|$.
- $f_{\max}(\pi_{s \rightsquigarrow t}) = \max\{0, 1, 2, 3, 1\} = 3$ para $H(s) = 0$.
- $f_{\text{sum}}(\pi_{s \rightsquigarrow t}) = 0 + 1 + 2 + 3 + 1 = 7$ para $H(s) = 0$.
- $f_{\text{euc}}(\pi_{s \rightsquigarrow t}) = 3^2 + 1^2 = 10$.

Caminhos no grafo

Funções de conectividade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade

Bibliografia



Funções de conexidade

Caminhos no grafo

Funções de conexidade

Caminho Ótimo Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas podem ser resolvidos?

Floresta de espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos caminhos

Resolvendo empates

Estrutura de fila de prioridade

Bibliografia

As funções f_{\max} e f_{sum} são casos particulares de funções f_{mi} monotonicamente incrementais.

$$\begin{aligned} f_{mi}(\langle t \rangle) &= H(t), \\ f_{mi}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) &= f_{mi}(\pi_s) \odot (s, t), \end{aligned} \quad (4)$$

onde $\odot : \mathcal{V} \times \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{V}$ é uma operação binária entre o valor de um caminho e um arco que satisfaz as condições:

- **(M1)** $a \geq b \Rightarrow a \odot (s, t) \geq b \odot (s, t)$,
- **(M2)** $a \odot (s, t) \geq a$,

para $a, b \in \mathcal{V}$ e quaisquer arcos $(s, t) \in \mathcal{A}$. Uma característica essencial deste modelo de função é que \odot depende apenas do valor de π_s , e não de qualquer outra propriedade deste caminho.



Caminho Ótimo

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

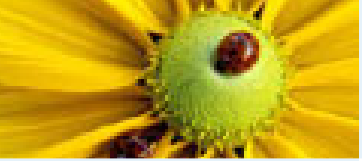
Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

- Um caminho π_t é **ótimo** se $f(\pi_t) \leq f(\tau_t)$ para qualquer outro caminho τ_t , independentemente de sua raiz.
- Para cada nó $t \in \mathcal{D}_I$, temos um valor único $V(t)$ que armazena o valor de um caminho ótimo com término em t :

$$V(t) = \min_{\forall \pi_t \in (\mathcal{D}_I, \mathcal{A})} \{f(\pi_t)\}. \quad (5)$$



Transformada Imagem-Floresta

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

A transformada imagem-floresta (IFT - *Image Foresting Transform* [1]) reduz problemas de processamento de imagem baseados em conexidade ao cálculo:

- de uma **floresta de caminhos ótimos** no grafo derivado da imagem,
- seguido de um pós-processamento simples de atributos da floresta resultante.



Motivação

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas

podem ser
resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade

Bibliografia

- **Unificação:** Vários operadores de imagem são derivados de um algoritmo geral. Isto favorece
 - ◆ implementações baseadas em hardware [2],
 - ◆ compreender a relação entre alguns operadores de imagem [3, 4, 5, 6], e
 - ◆ possíveis extensões [7, 8, 9, 10, 11, 12].



Motivação

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade
Bibliografia

- **Eficiência:** A maioria dos operadores de imagem podem ser implementados em tempo linear e otimizações adicionais são possíveis com cálculo diferencial [13] e paralelo [14], e para algumas aplicações específicas.
- **Simplicidade:** Os operadores de imagem são reduzidos a escolha de poucos parâmetros no algoritmo da IFT e um processamento local de sua saída.



Quais problemas podem ser resolvidos?

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

- **Transformadas de distância e operadores relacionados:**
Euclidean distance transform [15], *multiscale skeletonization* [15], *fractal dimensions* [7], filtragem de formas, *shape saliencies*, descritores de forma [16, 17], *geodesic paths*, etc.
- **Filtragem e segmentação de imagens:**
Morphological reconstructions [3], segmentação via *watershed transforms* [4, 6, 13, 18, 19], perseguição de bordas (*live wire*, *riverbed*), *growcut* por autômato celular, e *fuzzy-connected components*.
- **Reconhecimento de padrões:**
Data clustering [11, 20, 21] e classificação supervisionada de padrões [12, 22].



Floresta de espalhamento

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

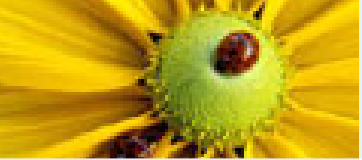
Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

- Um *mapa de predecessores* é um função P que atribui para cada nó t em \mathcal{D}_I algum outro nó adjacente em \mathcal{D}_I , ou uma marca distintiva $nil \notin \mathcal{D}_I$ — caso em que t é dito ser uma *raiz* do mapa.
- Uma *floresta de espalhamento* “é” um mapa de predecessores que não contém ciclos — isto é, um que leva cada pixel para nil em um número finito de iterações.
- Para qualquer pixel $t \in \mathcal{D}_I$, uma floresta de espalhamento P define um caminho π_t^P recursivamente como $\langle t \rangle$ se $P(t) = nil$ e $\pi_s^P \cdot \langle s, t \rangle$ se $P(t) = s \neq nil$.

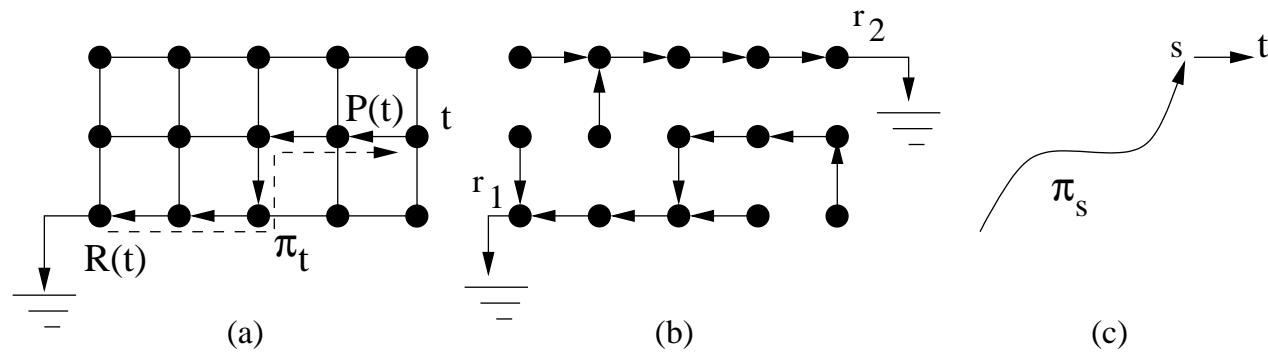


Floresta de espalhamento

Caminhos no grafo
 Funções de
 conexidade
 Caminho Ótimo
 Transformada
 Imagem-Floresta
 Motivação
 Quais problemas
 podem ser
 resolvidos?

Floresta de espalhamento

Algoritmo da IFT
 Algoritmo da IFT
 Propagação dos
 caminhos
 Resolvendo empates
 Estrutura da fila de
 prioridade
 Bibliografia



- O predecessor $P(t)$ de cada nó t leva a um nó raiz $R(t)$ e $P(R(t)) = nil$.
- Um caminho π_t é *trivial* quando $\pi_t = \langle t \rangle$ (i.e., $P(t) = nil$).



Transformada Imagem-Floresta

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

A IFT essencialmente generaliza o algoritmo de Dijkstra para funções de conectividade mais gerais [1].



Transformada Imagem-Floresta

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

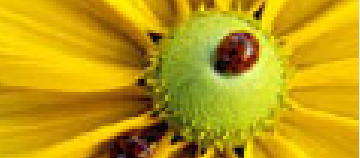
Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

Para uma dada função de custo de caminho f :

- **Caminho hereditariamente ótimo:** Um caminho $\pi_{t_n} = \langle t_1, t_2, \dots, t_n \rangle$ é *hereditariamente ótimo* se todos caminhos $\pi_{t_i} = \langle t_1, t_2, \dots, t_i \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n$ são caminhos ótimos.
- **Função de caminho monotônica:** A função f é *monotônica* se para qualquer caminho $\pi_{t_n} = \langle t_1, t_2, \dots, t_n \rangle$ em G temos que $f(\langle t_1, \dots, t_i \rangle) \leq f(\langle t_1, \dots, t_j \rangle)$ sempre que $i \leq j \leq n$.
- **Propriedade de substituição:** A função f tem a propriedade de substituição se para quaisquer caminhos π_s e π'_s terminando em s tal que $f(\pi_s) = f(\pi'_s)$, temos que $f(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = f(\pi'_s \cdot \langle s, t \rangle)$, para qualquer $s \in \mathcal{D}_I$ e $\langle s, t \rangle \in \mathcal{A}$.



Transformada Imagem-Floresta

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

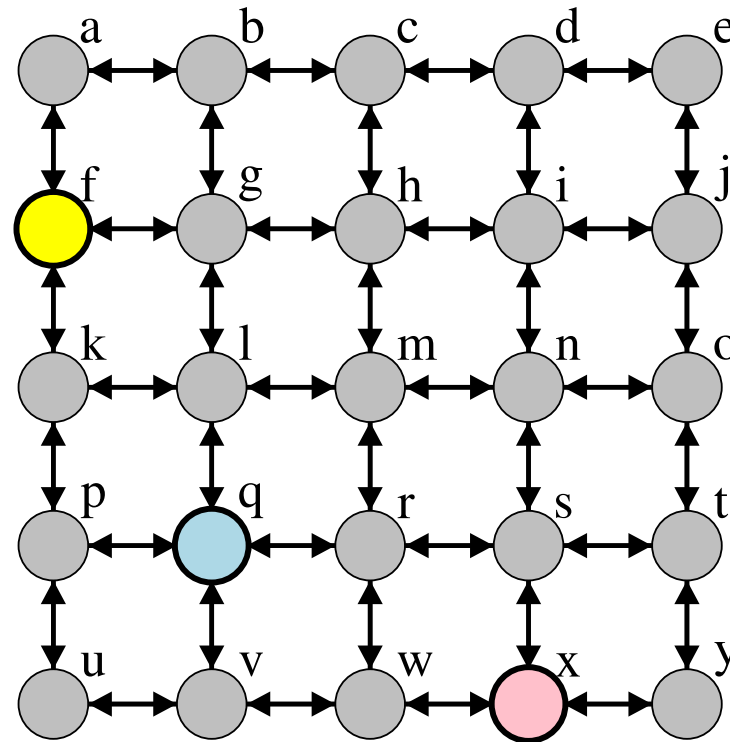
Bibliografia

Para um dado grafo de imagem $G = \langle \mathcal{D}_I, \mathcal{A} \rangle$, considere uma função de caminho monotônica f com a propriedade de substituição. Seja \mathcal{O} o conjunto de todos pixels $t \in \mathcal{D}_I$, tal que existe um caminho hereditariamente ótimo π_t para f . Em qualquer floresta de espalhamento P calculada em G pelo algoritmo da IFT para f , todos os caminhos τ_t^P com $t \in \mathcal{O}$ são caminhos ótimos.



Transformada Imagem-Floresta

Exemplo de problemas da IFT com a função f_{euc} e três sementes:



Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

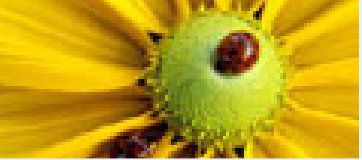
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos

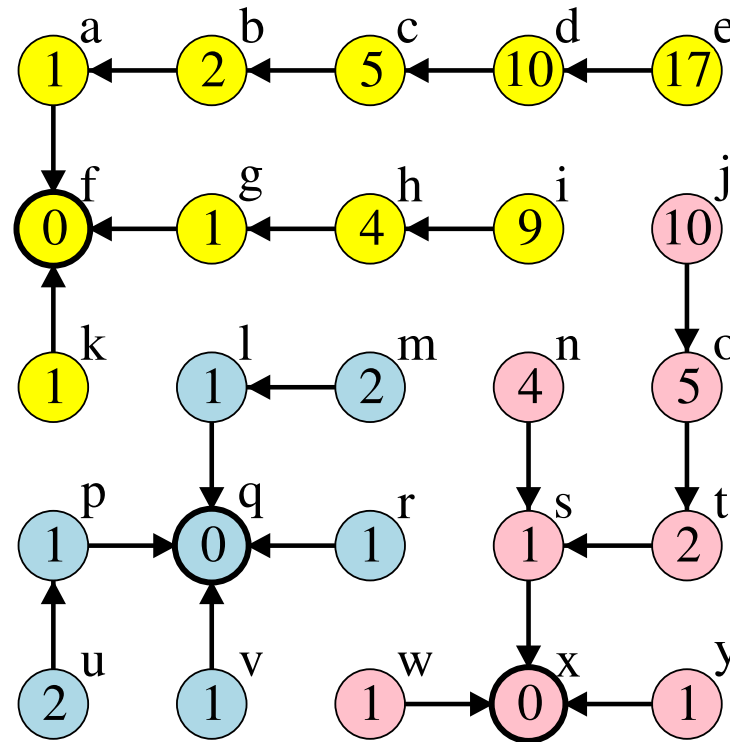
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade
Bibliografia



Transformada Imagem-Floresta

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo
- Transformada Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento**
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

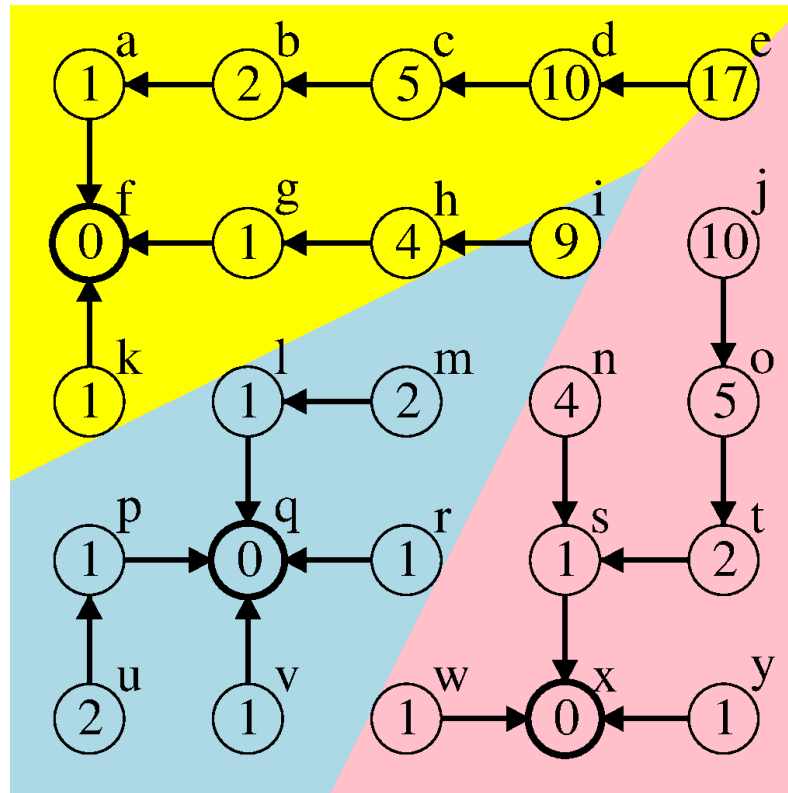
Exemplo de problemas da IFT com a função f_{euc} e três sementes:





Transformada Imagem-Floresta

Exemplo de problemas da IFT com a função f_{euc} e três sementes:



Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade
Bibliografia



Algoritmo da IFT

Caminhos no grafo
 Funções de
 conectividade
 Caminho Ótimo
 Transformada
 Imagem-Floresta
 Motivação
 Quais problemas
 podem ser
 resolvidos?
 Floresta de
 espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT
 Propagação dos
 caminhos
 Resolvendo empates
 Estrutura da fila de
 prioridade
 Bibliografia

Algoritmo 1 — ALGORITMO GERAL DA IFT COM DESEMPATE FIFO

ENTRADA: Imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, \vec{I})$, adjacência \mathcal{A} , e função de conectividade f .

SAÍDA: Imagens $\hat{P} = (\mathcal{D}_I, P)$ de predecessores, e $\hat{V} = (\mathcal{D}_I, V)$ de conectividade.

AUXILIARES: Fila de prioridade Q com política de desempate FIFO, variável tmp , e vetor de *estado* inicialmente zerado.

1. Para Cada $t \in \mathcal{D}_I$, Faça $P(t) \leftarrow nil$ e $V(t) \leftarrow f(\langle t \rangle)$. Se $V(t) \neq +\infty$, Então insira t em Q .
2. Enquanto $Q \neq \emptyset$, Faça
 3. Remova um pixel s de Q cujo valor $V(s)$ seja mínimo.
 4. $estado(s) \leftarrow 1$.
 5. Para Cada $t \in \mathcal{A}(s)$, tal que $estado(t) = 0$, Faça
 6. $tmp \leftarrow f(\pi_s^P \cdot \langle s, t \rangle)$.
 7. Se $tmp < V(t)$, Então
 8. Se $V(t) \neq +\infty$, Então remova t de Q .
 9. $P(t) \leftarrow s$, $V(t) \leftarrow tmp$, e insira t em Q .



Algoritmo da IFT

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT**
- Propagação dos caminhos
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

Algoritmo 2 — ALGORITMO GERAL DA IFT COM DESEMPATE LIFO

ENTRADA: Imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, \vec{I})$, adjacência \mathcal{A} , e função de conectividade f .

SAÍDA: Imagens $\hat{P} = (\mathcal{D}_I, P)$ de predecessores, e $\hat{V} = (\mathcal{D}_I, V)$ de conectividade.

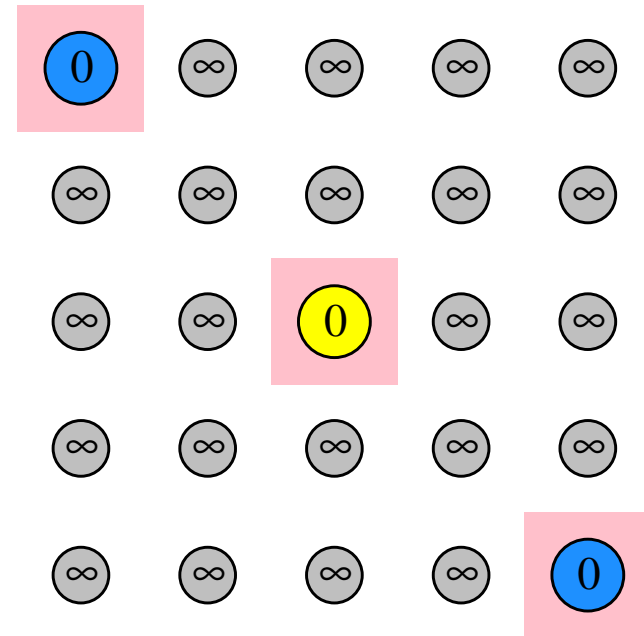
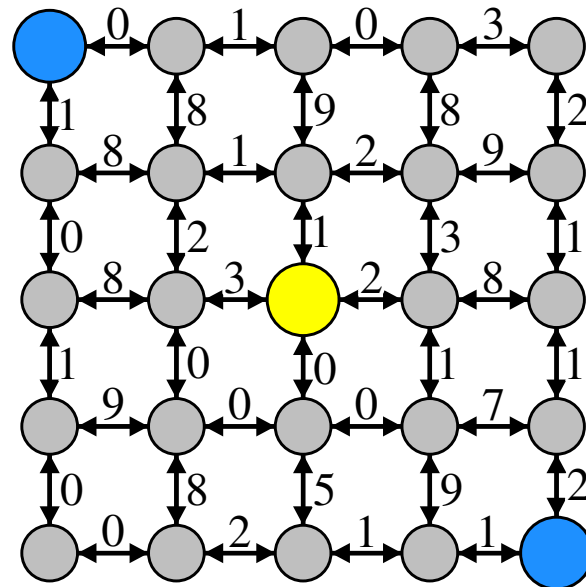
AUXILIARES: Fila de prioridade Q com política de desempate LIFO, variável tmp , e vetor de *estado* inicialmente zerado.

1. Para Cada $t \in \mathcal{D}_I$, Faça $P(t) \leftarrow nil$ e $V(t) \leftarrow f(\langle t \rangle)$. Se $V(t) \neq +\infty$, Então insira t em Q .
2. Enquanto $Q \neq \emptyset$, Faça
 3. Remova um pixel s de Q cujo valor $V(s)$ seja mínimo.
 4. $estado(s) \leftarrow 1$.
 5. Para Cada $t \in \mathcal{A}(s)$, tal que $estado(t) = 0$, Faça
 6. $tmp \leftarrow f(\pi_s^P \cdot \langle s, t \rangle)$.
 7. Se $tmp \leq V(t)$, Então
 8. Se $V(t) \neq +\infty$, Então remova t de Q .
 9. $P(t) \leftarrow s$, $V(t) \leftarrow tmp$, e insira t em Q .



Propagação dos caminhos

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



Caminhos no grafo
Funções de conectividade

Caminho Ótimo Transformada
Imagem-Floresta

Motivação
Quais problemas podem ser resolvidos?

Floresta de espalhamento

Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT

Propagação dos caminhos

Resolvendo empates
Estrutura da fila de prioridade

Bibliografia



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

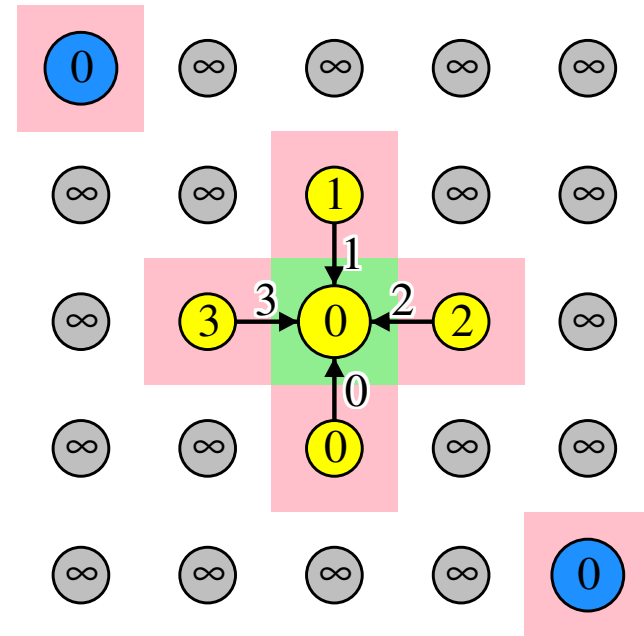
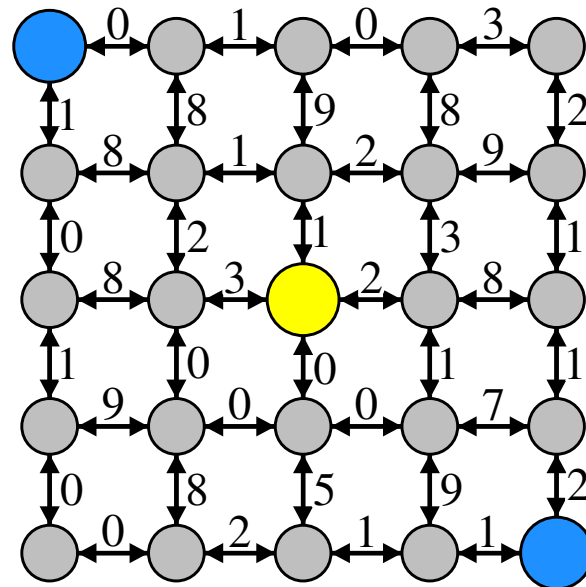
Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

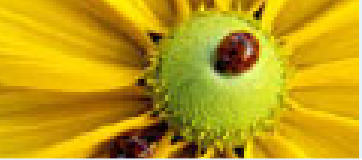
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

IFT com função de conexidade f_{\max} (desempate FIFO):



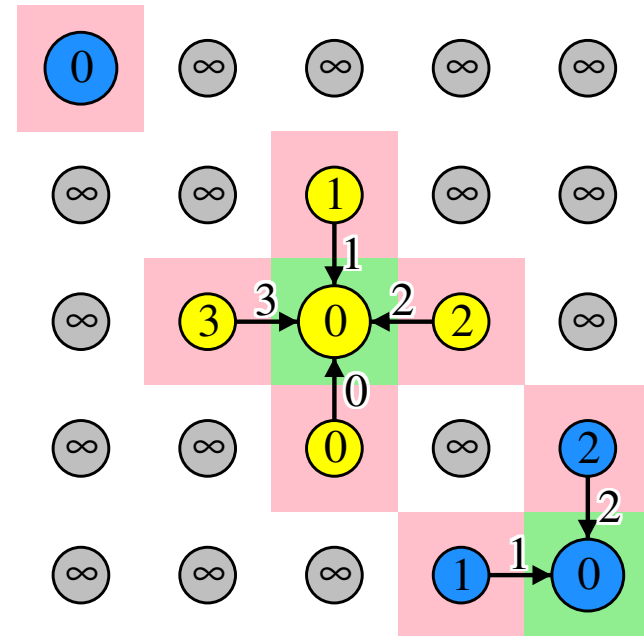
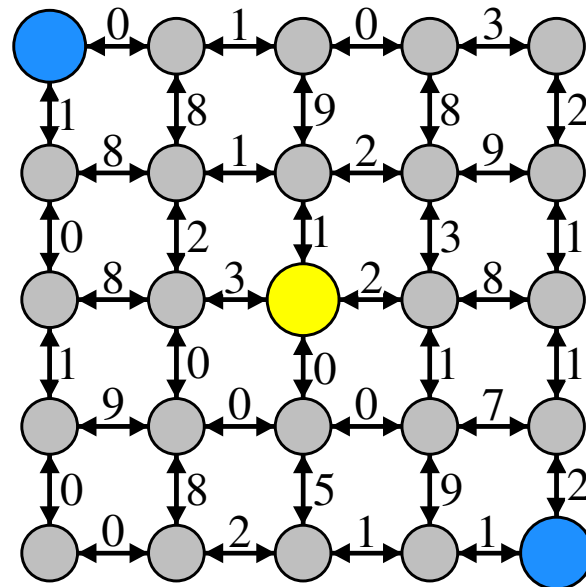
após 1 iteração.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



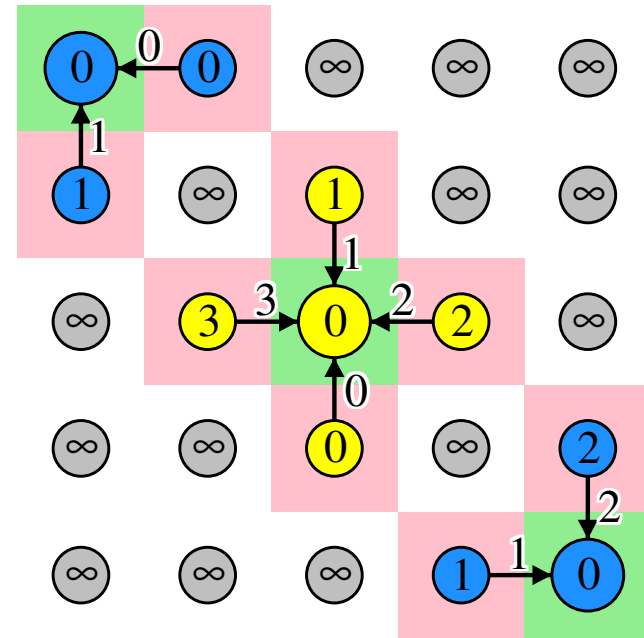
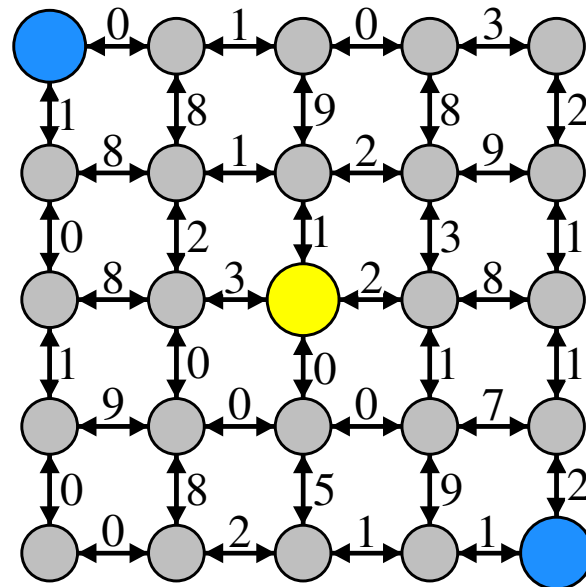
após 2 iterações.



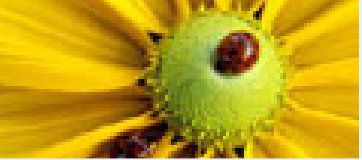
Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



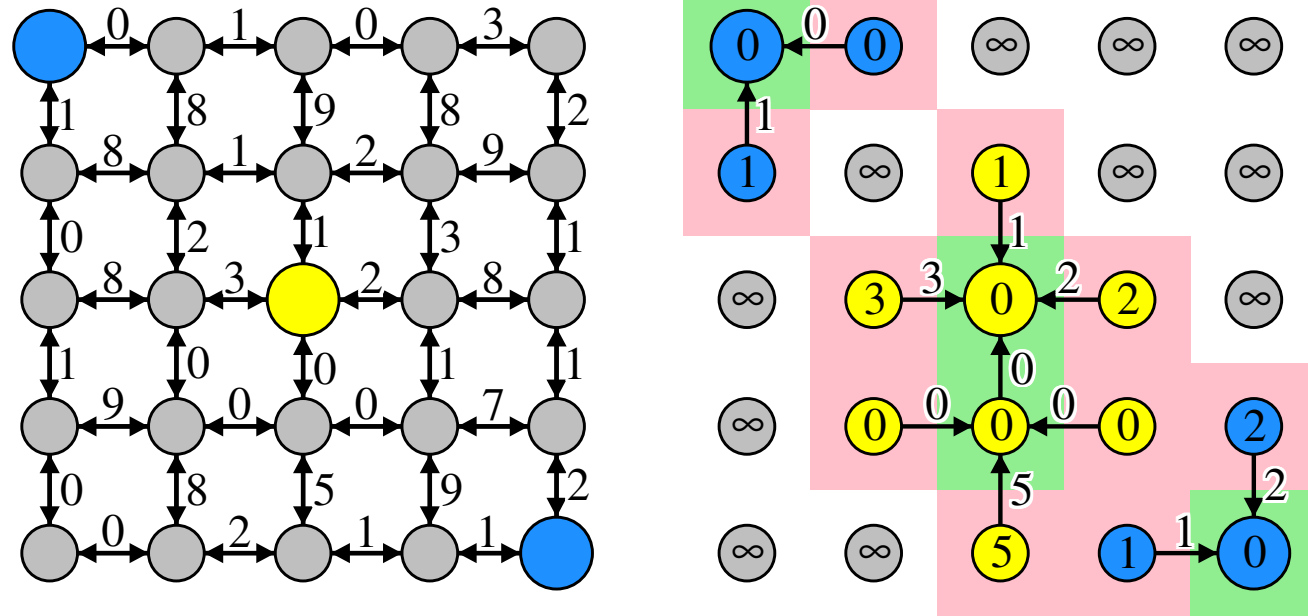
após 3 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



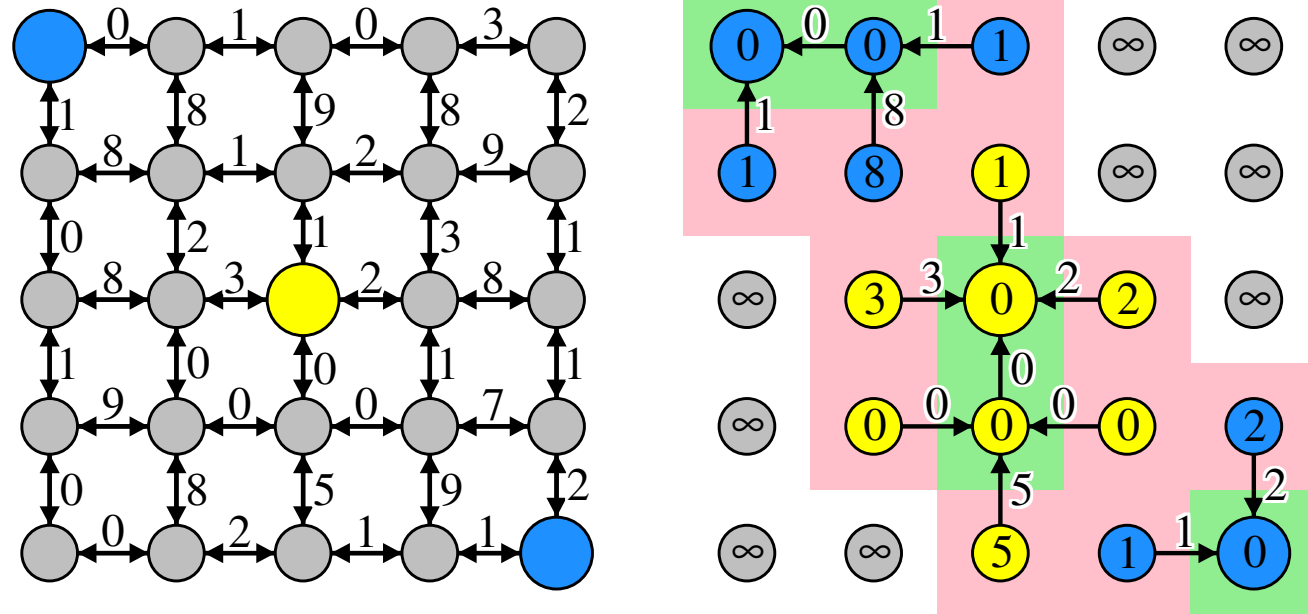
após 4 iterações.



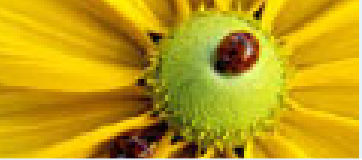
Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



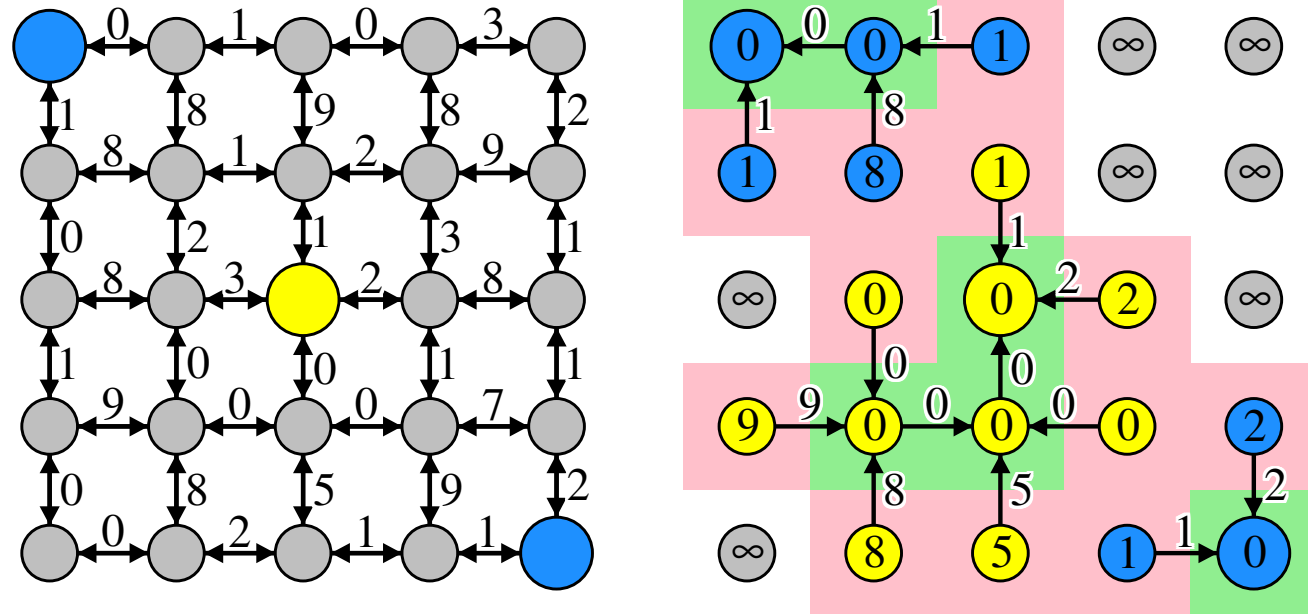
após 5 iterações.



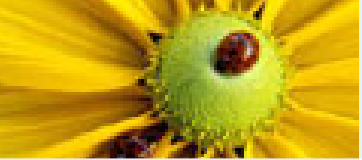
Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



após 6 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

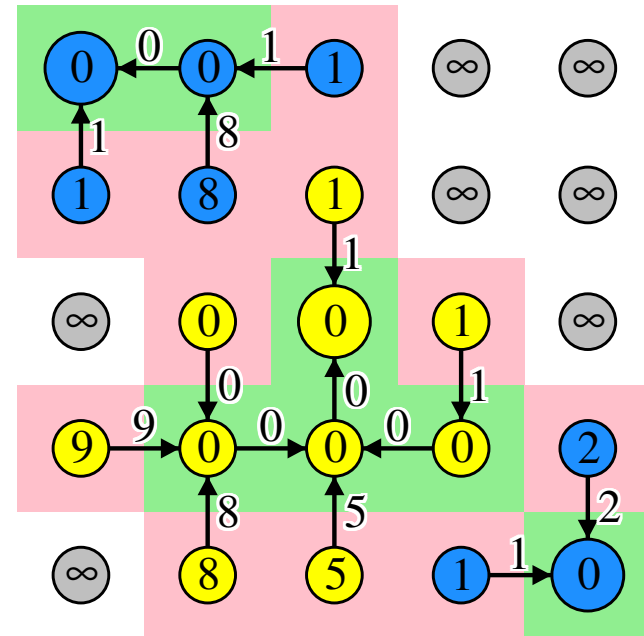
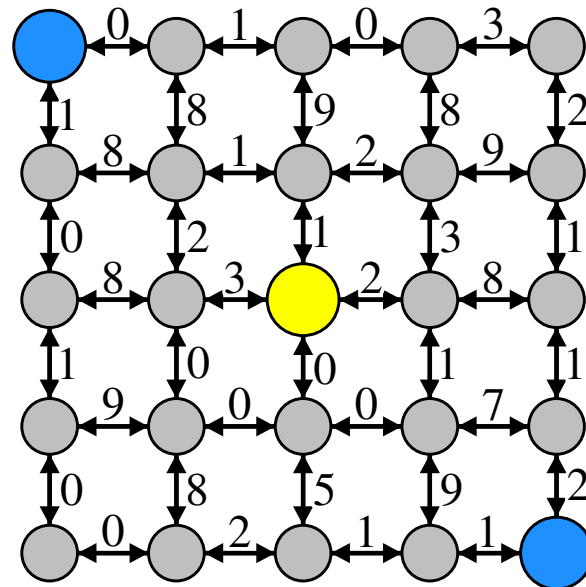
Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

IFT com função de conexidade f_{\max} (desempate FIFO):



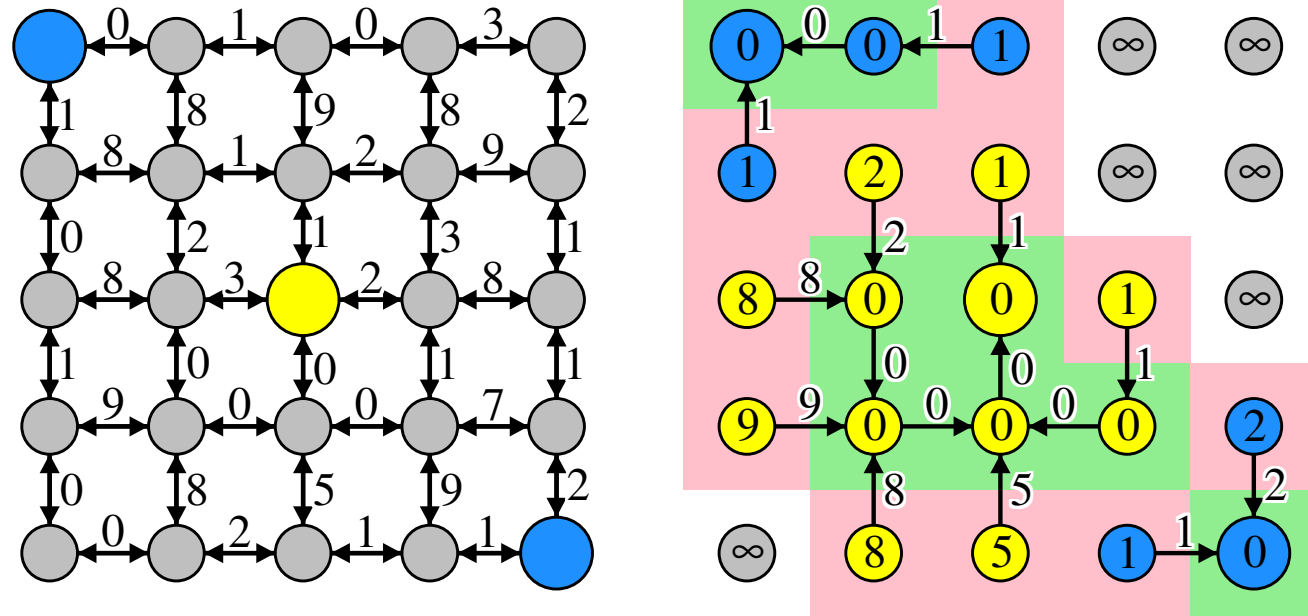
após 7 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



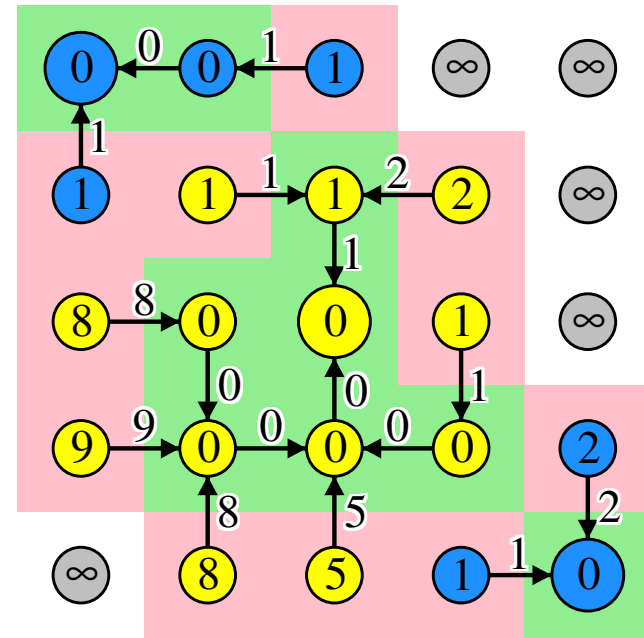
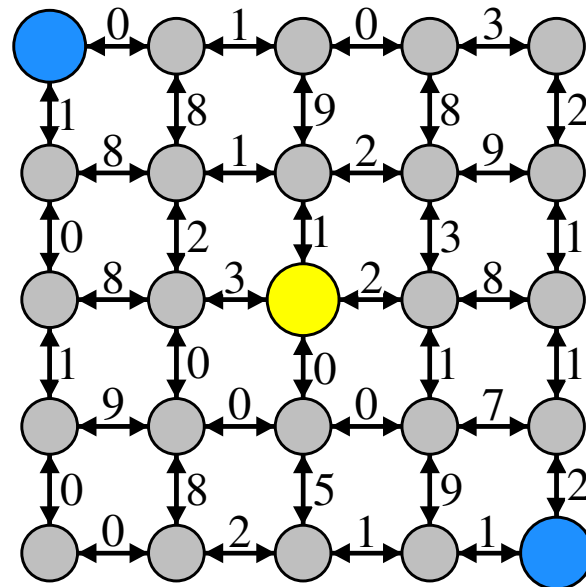
após 8 iterações.



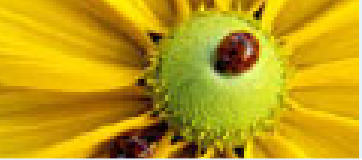
Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



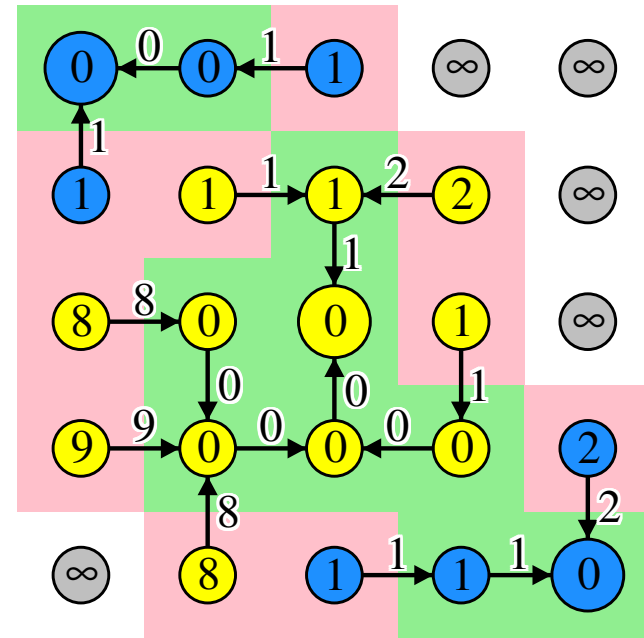
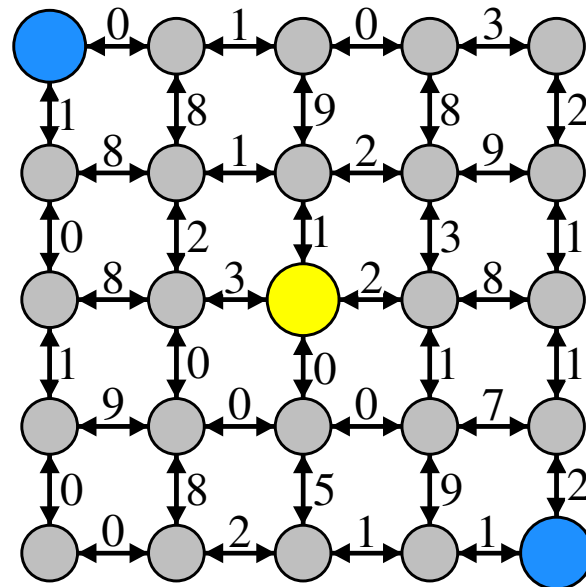
após 9 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



após 10 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

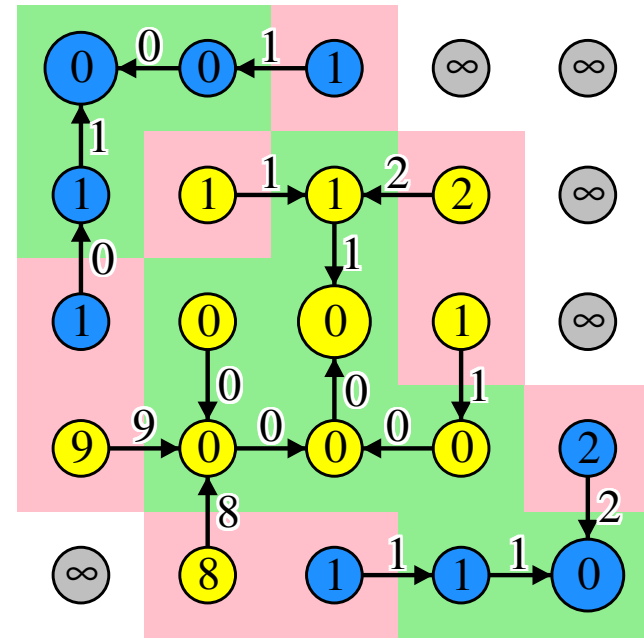
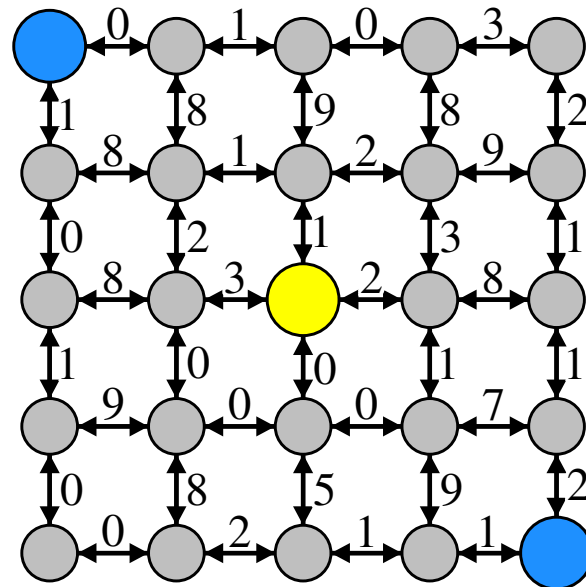
Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

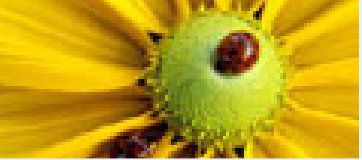
Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



após 11 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

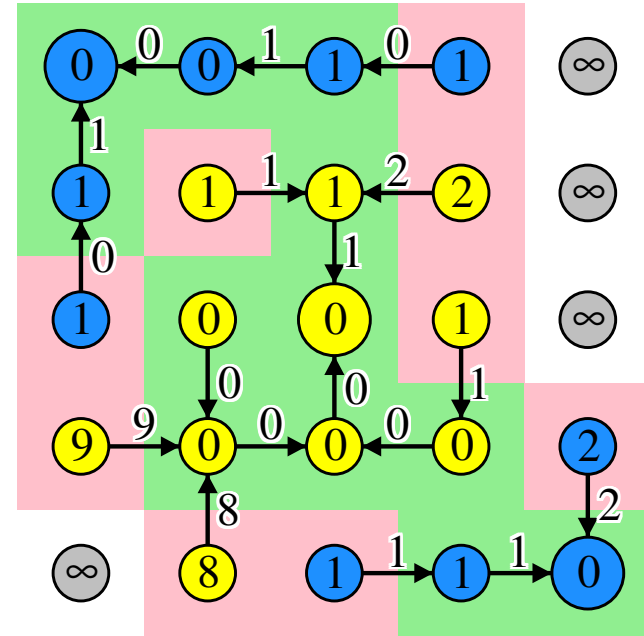
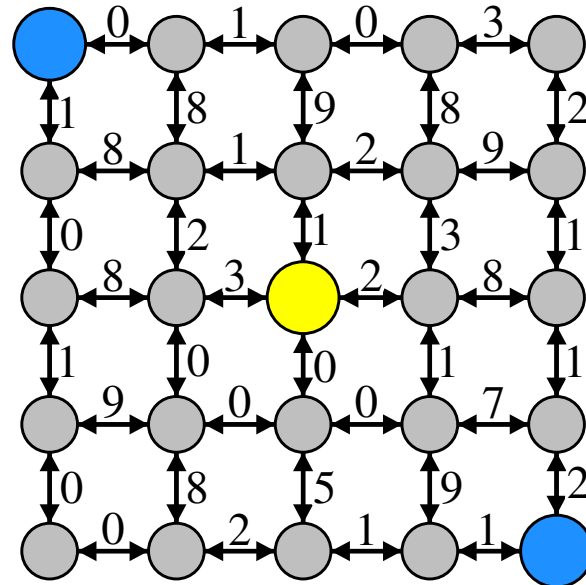
Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT

**Propagação dos
caminhos**

Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



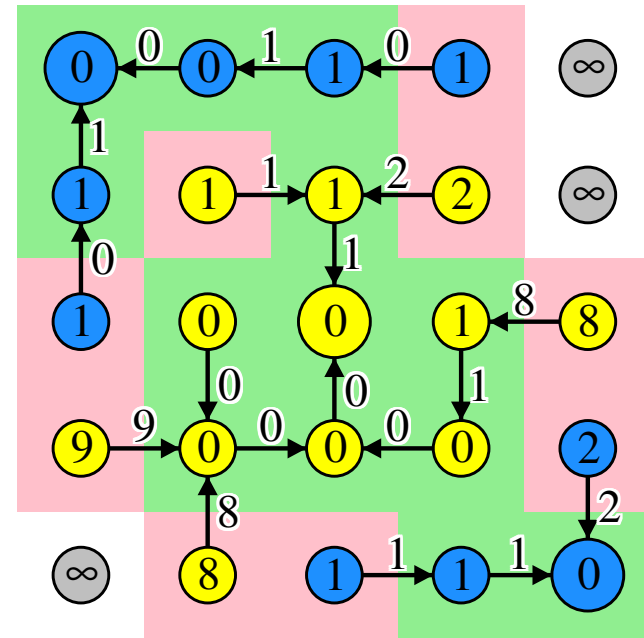
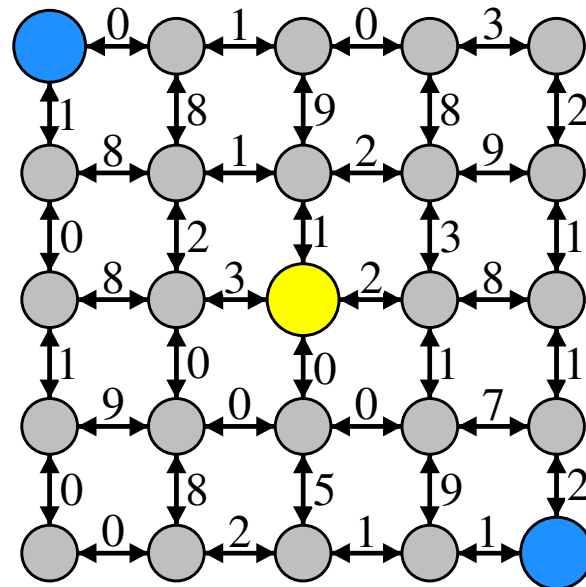
após 12 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



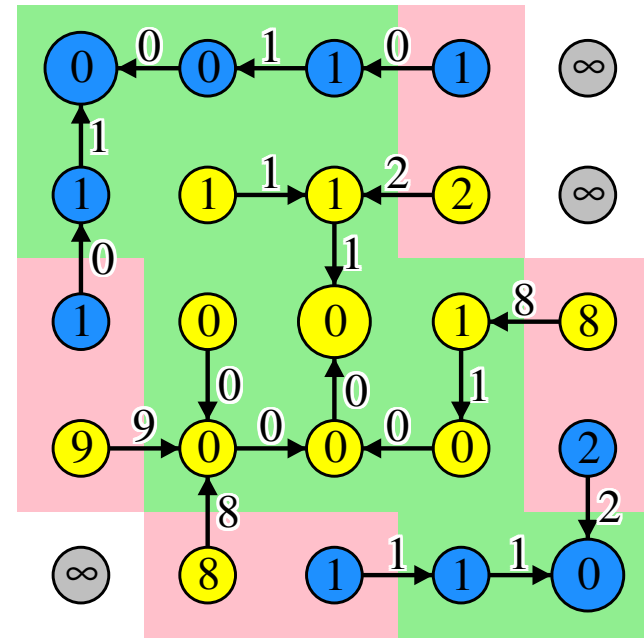
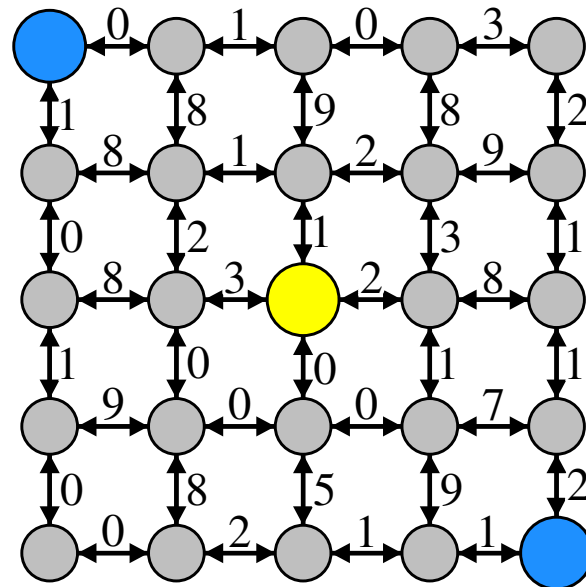
após 13 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



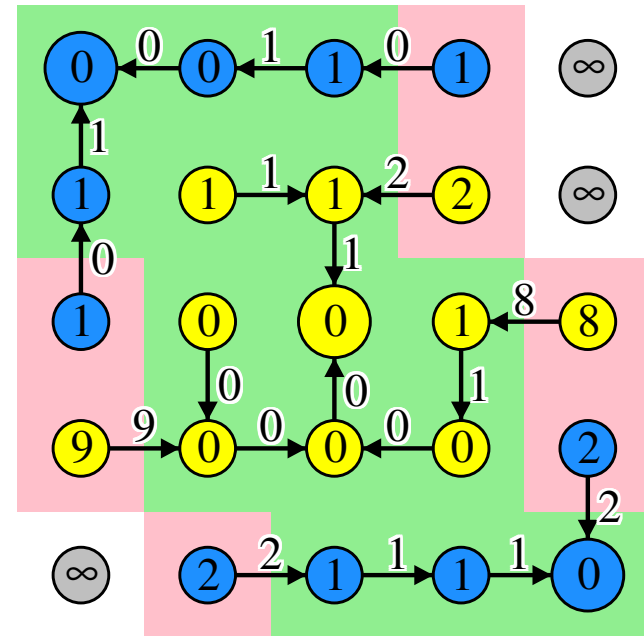
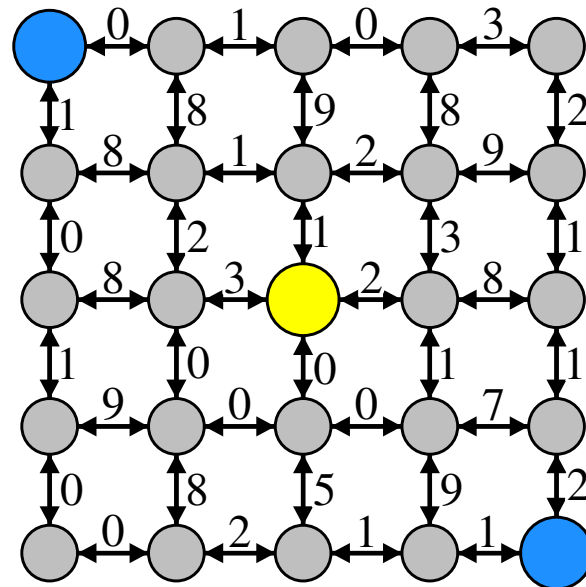
após 14 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



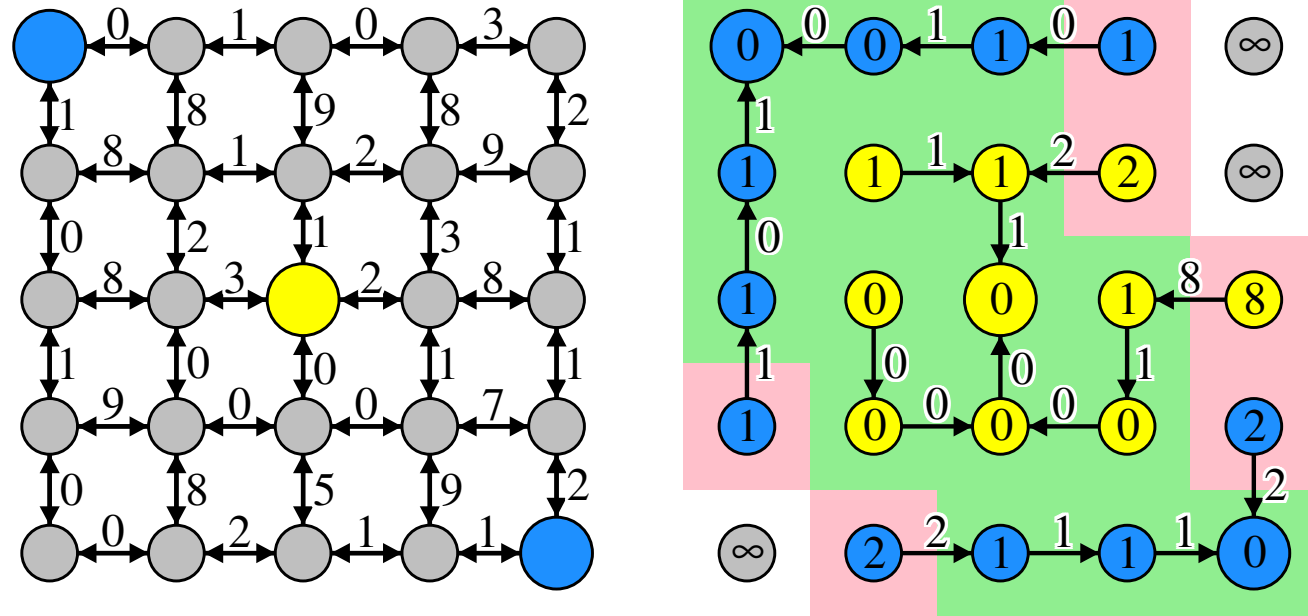
após 15 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



após 16 iterações.



Propagação dos caminhos

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

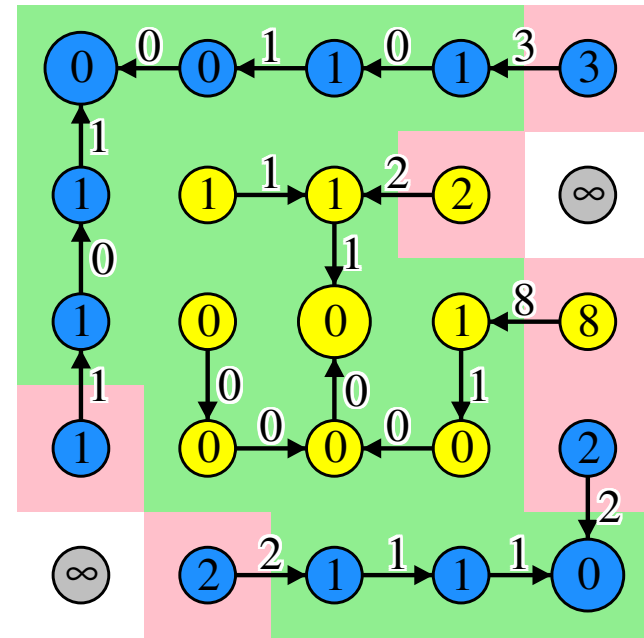
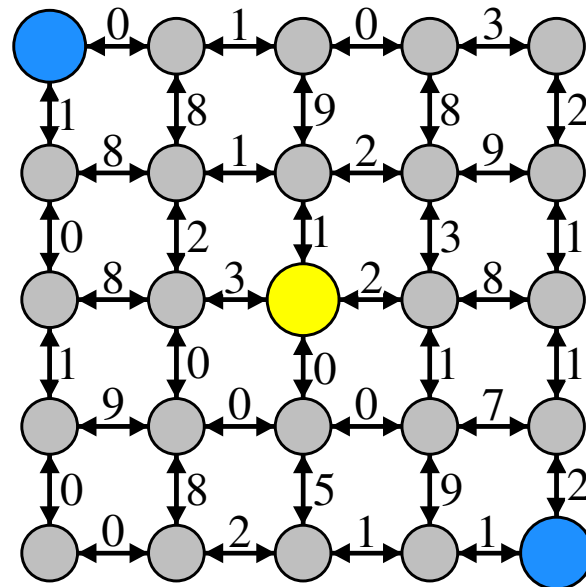
Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

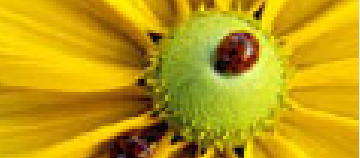
Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

IFT com função de conexidade f_{\max} (desempate FIFO):



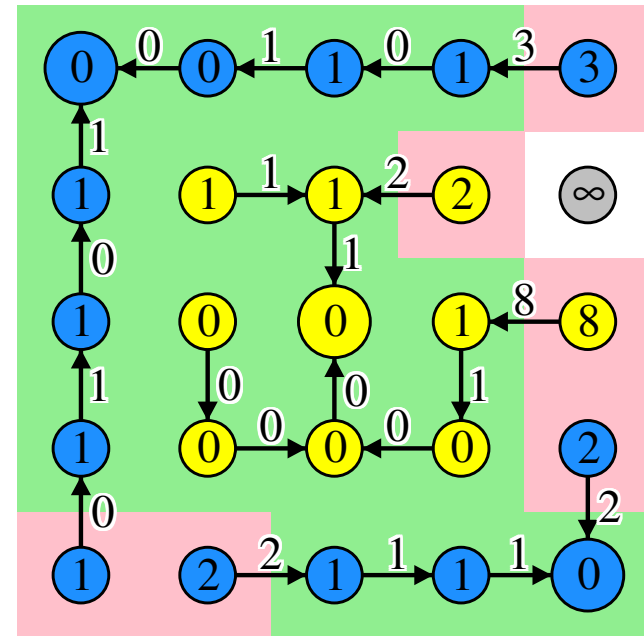
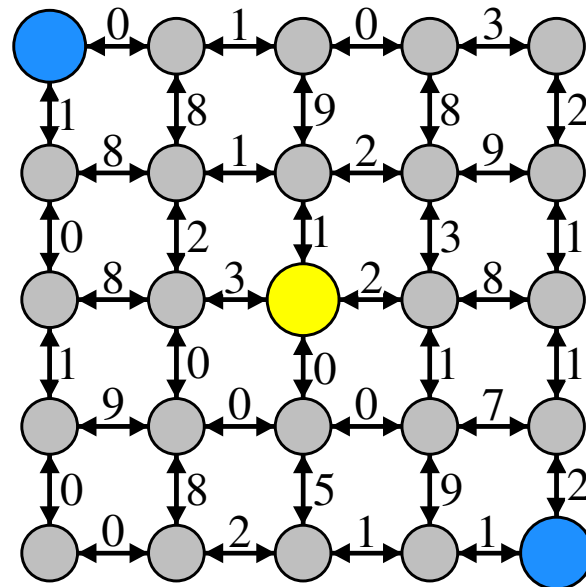
após 17 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



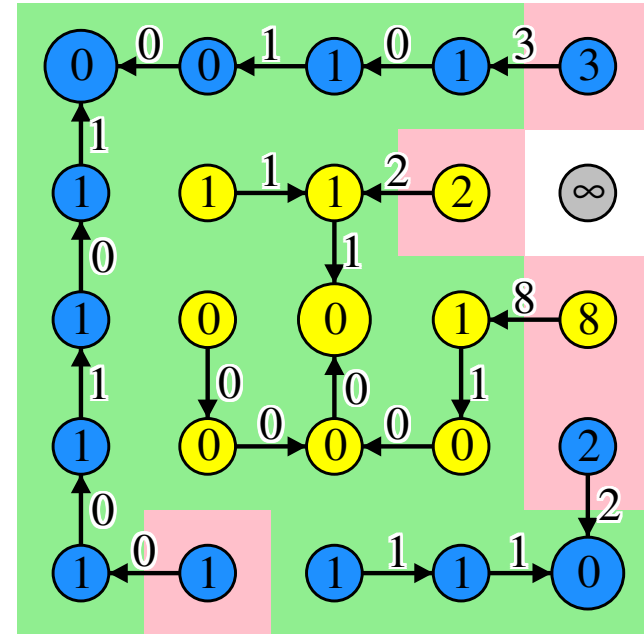
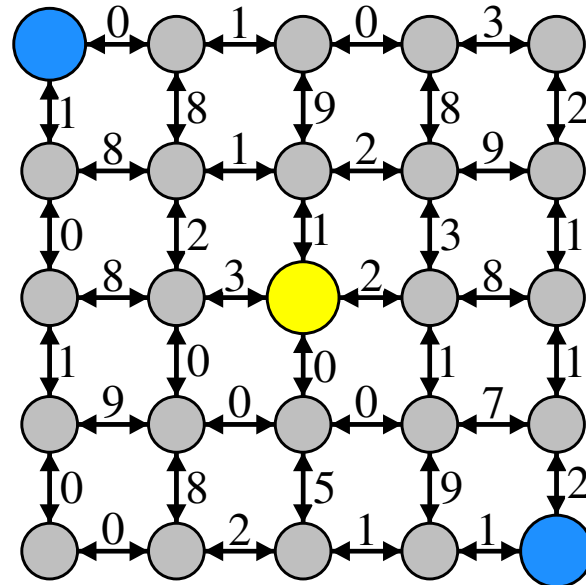
após 18 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



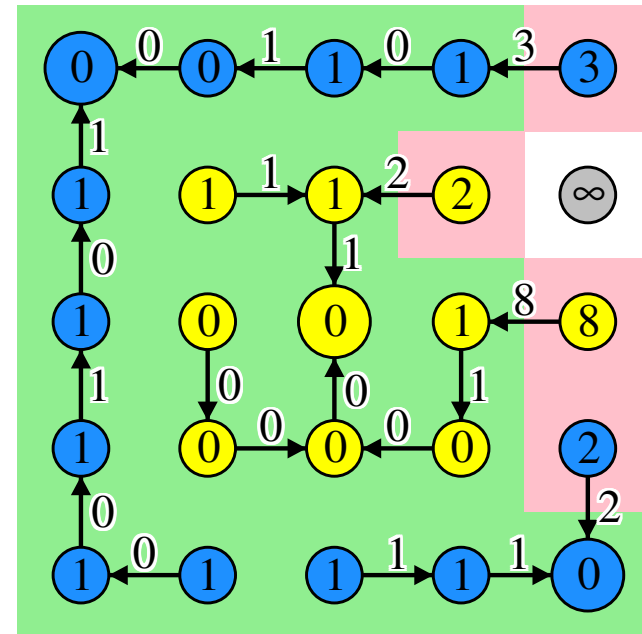
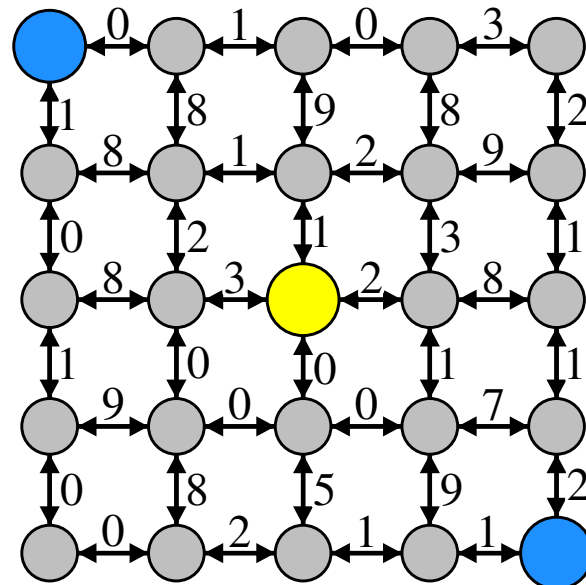
após 19 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



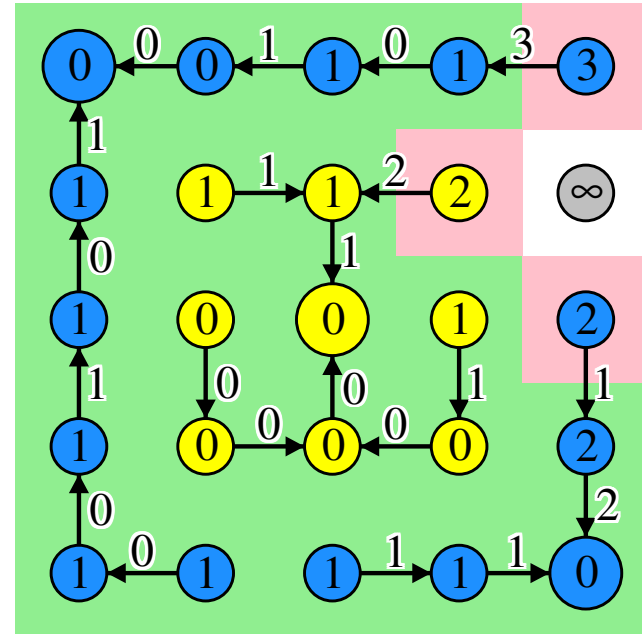
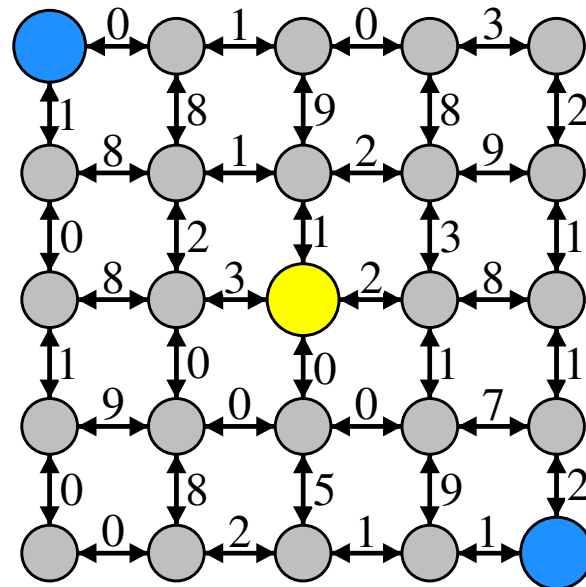
após 20 iterações.



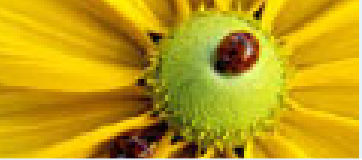
Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



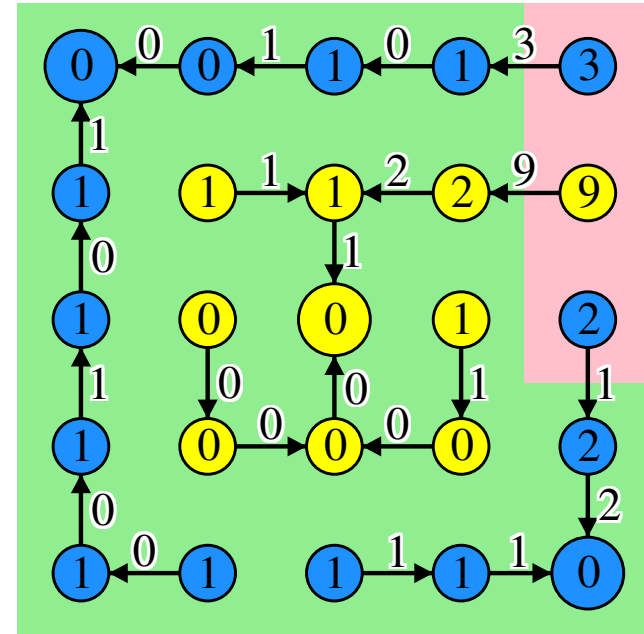
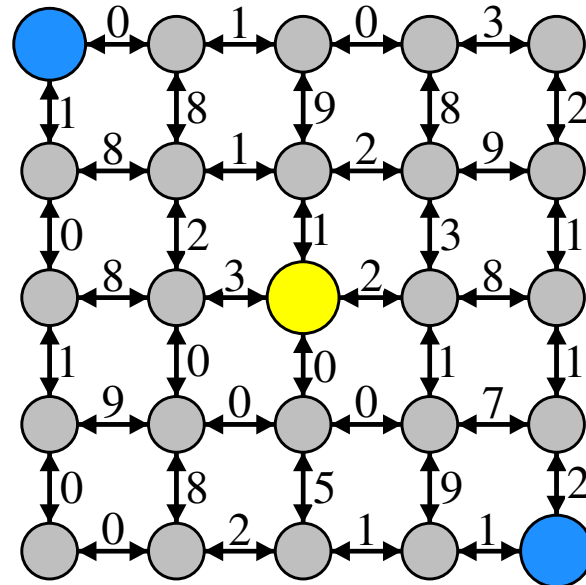
após 21 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



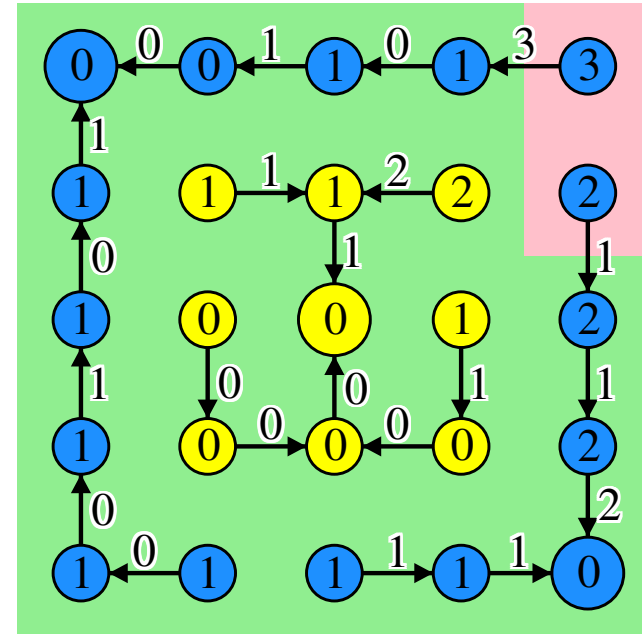
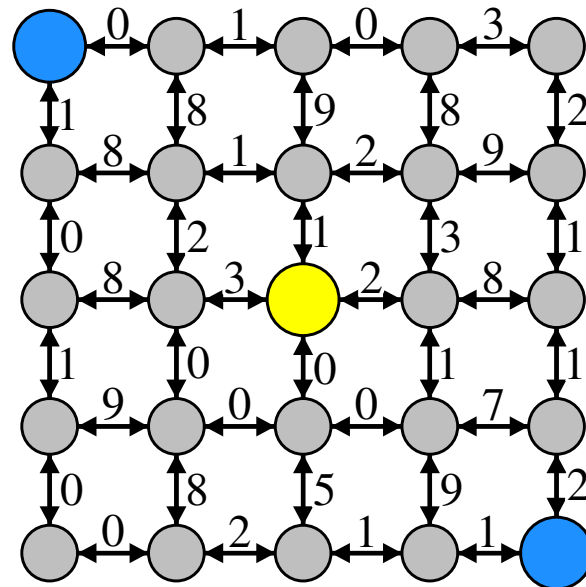
após 22 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



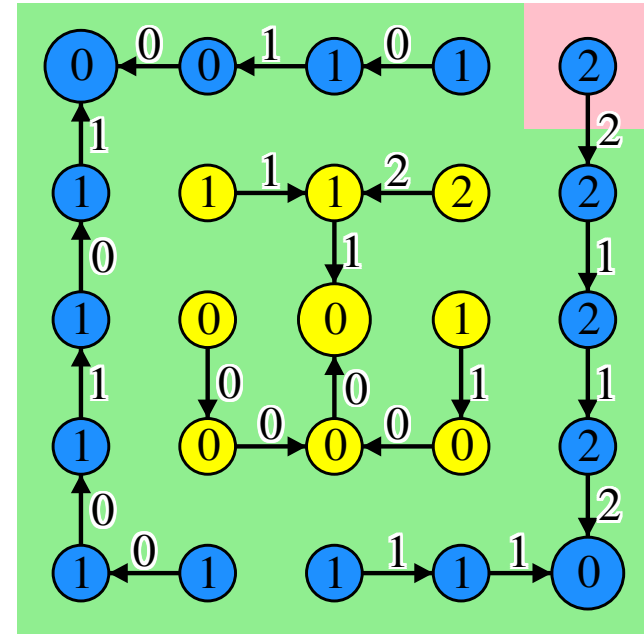
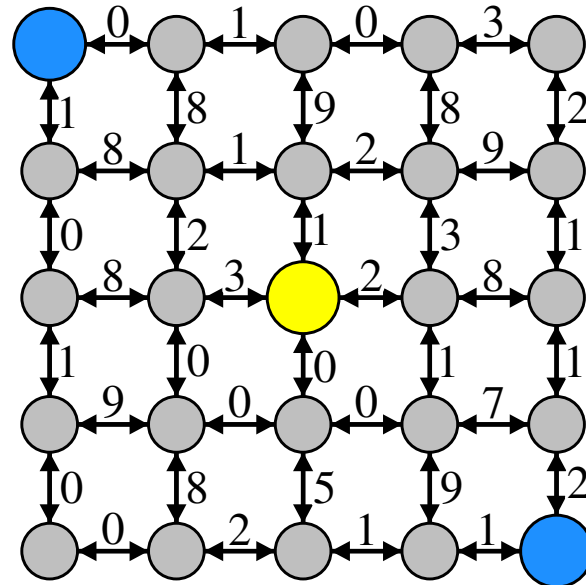
após 23 iterações.



Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):



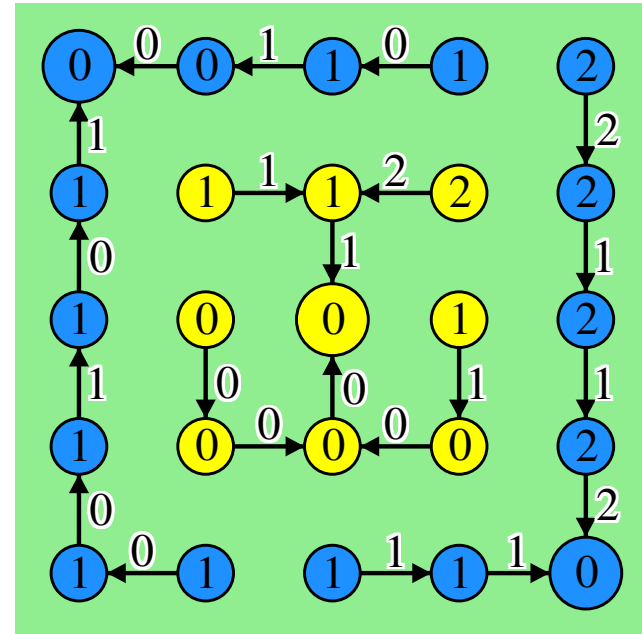
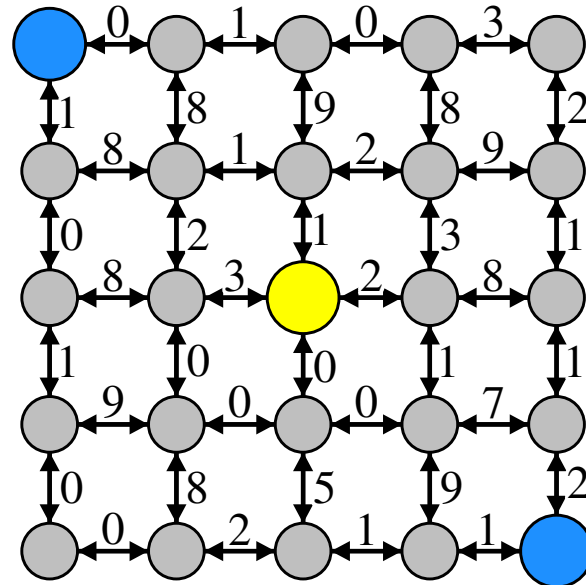
após 24 iterações.



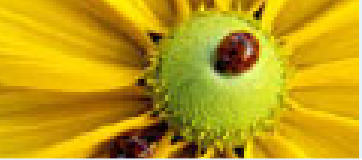
Propagação dos caminhos

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos**
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia

IFT com função de conectividade f_{\max} (desempate FIFO):

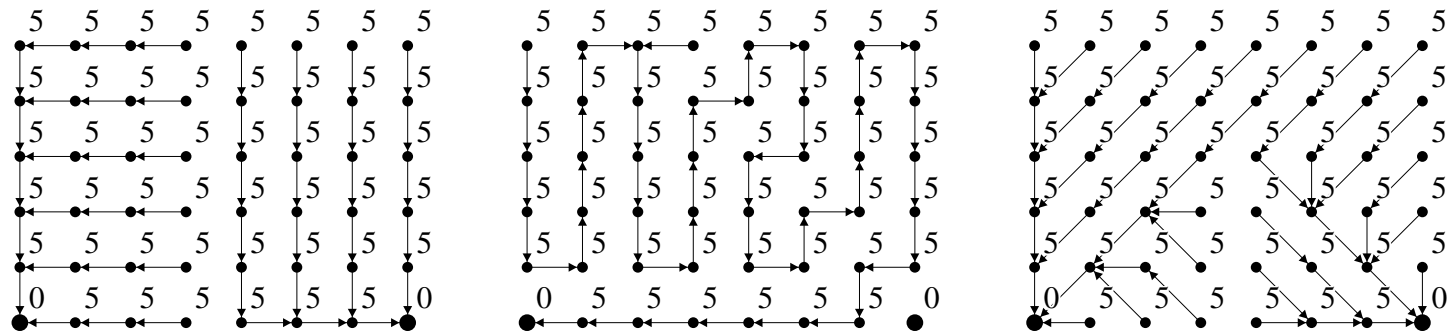


após 25 iterações.



Resolvendo empates

O que fazer quando um pixel é alcançado por dois ou mais caminhos de mesmo custo?



Exemplos de *tie-breaking*. (a) Política FIFO. (b) Política LIFO. (c) Política FIFO com adjacência vizinhos-8.

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

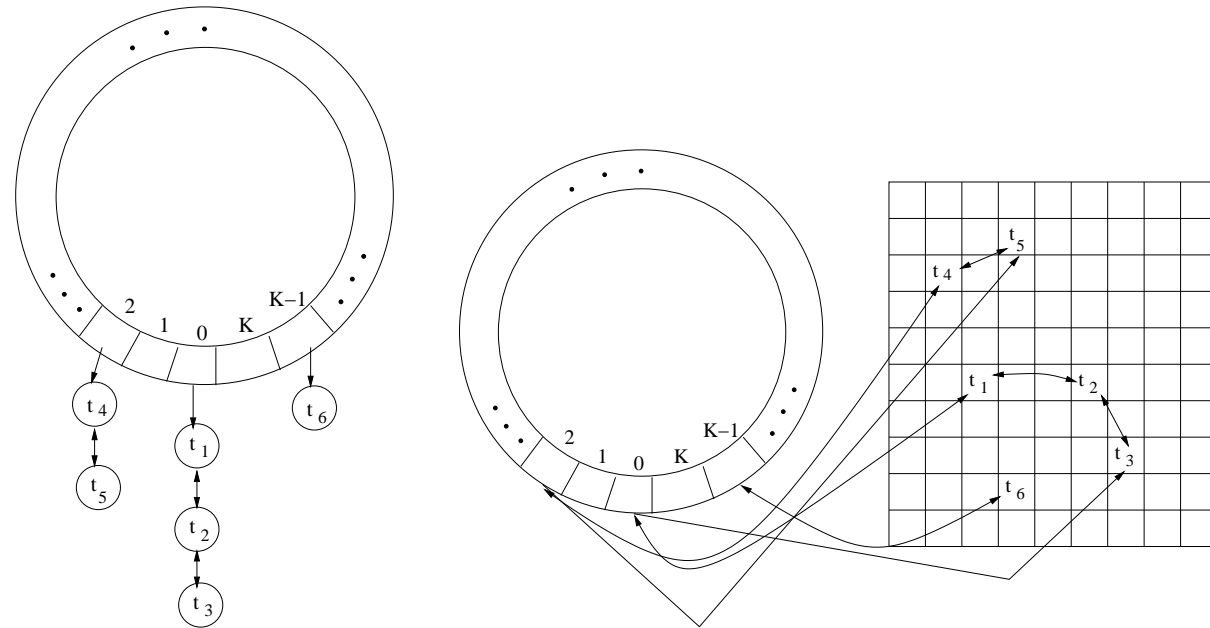
Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia



Estrutura da fila de prioridade

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta
Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade
Bibliografia



(a) Estrutura de Dial para a fila Q. (b) Estrutura proposta por Falcão.



Bibliografia

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta
Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade
Bibliografia

- [1] A.X. Falcão, J. Stolfi, and R.A. Lotufo. The image foresting transform: Theory, algorithms, and applications. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(1):19–29, 2004
- [2] F. Cappabianco, G. Araújo, and A.X. Falcão. The image foresting transform architecture. In *IEEE Intl. Conf. on Field Programmable Technology (ICFPT)*, pages 137–144, Kokurakita, Kitakyushu, Japan, Dec 2007
- [3] A.X. Falcão, B. S. da Cunha, and R. A. Lotufo. Design of connected operators using the image foresting transform. In *SPIE on Medical Imaging*, volume 4322, pages 468–479, Feb 2001



Bibliografia

Caminhos no grafo

Funções de
conexidade

Caminho Ótimo

Transformada

Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas

podem ser

resolvidos?

Floresta de

espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos

caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de

prioridade

Bibliografia

- [4] R.A. Lotufo, A.X. Falcão, and F. Zampirolli. IFT-Watershed from gray-scale marker. In *XV Brazilian Symp. on Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAPI)*, pages 146–152. IEEE, Oct 2002
- [5] R. Audigier and R.A. Lotufo. Seed-relative segmentation robustness of watershed and fuzzy connectedness approaches. In *XX Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAPI)*, pages 61–68, Belo Horizonte, MG, Oct 2007. IEEE
- [6] R. Audigier and R.A. Lotufo. Watershed by image foresting transform, tie-zone, and theoretical relationship with other watershed definitions. In *Mathematical Morphology and its Applications to Signal and Image Processing (ISMM)*, pages 277–288, Rio de Janeiro, RJ, Oct 2007. MCT/INPE



Bibliografia

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta
Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade
Bibliografia

- [7] R.S. Torres, A.X. Falcão, and L.F. Costa. A graph-based approach for multiscale shape analysis. *Pattern Recognition*, 37(6):1163–1174, 2004
- [8] F.P.G. Bergo, A.X. Falcão, P.A.V. Miranda, and L.M. Rocha. Automatic image segmentation by tree pruning. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 29(2–3):141–162, Nov 2007
- [9] A.X. Falcão, P.A.V. Miranda, and A. Rocha. A linear-time approach for image segmentation using graph-cut measures. In *8th Intl. Conf. on Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems (ACIVS)*, volume LNCS 4179, pages 138–149, Antwerp, Belgium, 2006. Springer



Bibliografia

- Caminhos no grafo
- Funções de conectividade
- Caminho Ótimo Transformada
- Imagem-Floresta
- Motivação
- Quais problemas podem ser resolvidos?
- Floresta de espalhamento
- Algoritmo da IFT
- Algoritmo da IFT
- Propagação dos caminhos
- Resolvendo empates
- Estrutura da fila de prioridade
- Bibliografia**

- [10] A.X. Falcão, P.A.V. Miranda, A. Rocha, and F.P.G. Bergo. Object detection by κ -connected seed competition. In *XVIII Brazilian Symp. on Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAPI)*, pages 97–104, Natal, RN, Oct 2005. IEEE
- [11] L.M. Rocha, A.X. Falcão, and L.G.P. Meloni. A robust extension of the mean shift algorithm using optimum path forest. In *Proc. of the 12th Intl. Workshop on Combinatorial Image Analysis*, pages 29–38, Buffalo, NY, USA, Apr 7th-9th 2008. RPS
- [12] J.P. Papa, A.X. Falcão, C.T.N. Suzuki, and N.D.A. Mascarenhas. A discrete approach for supervised pattern recognition. In *Proc. of the 12th Intl. Workshop on Combinatorial Image Analysis*, volume LNCS 4958, pages 136–147, Buffalo, NY, USA, Apr 7th-9th 2008. Springer



Bibliografia

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta
Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

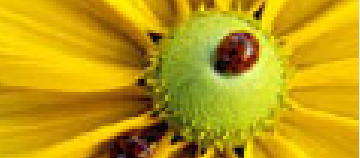
- [13] A. X. Falcão and F. P. G. Bergo. Interactive volume segmentation with differential image foresting transforms. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 23(9):1100–1108, 2004
- [14] F.P.G. Bergo and A.X. Falcão. A partitioned algorithm for the image foresting transform. In *Mathematical Morphology and its Applications to Signal and Image Processing (ISMM)*, pages 425–436, Rio de Janeiro, RJ, Oct 2007. MCT/INPE
- [15] A.X. Falcão, L.F. Costa, and B.S. da Cunha. Multiscale skeletons by image foresting transform and its applications to neuromorphometry. *Pattern Recognition*, 35(7):1571–1582, Apr 2002



Bibliografia

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade
Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta
Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?
Floresta de
espalhamento
Algoritmo da IFT
Algoritmo da IFT
Propagação dos
caminhos
Resolvendo empates
Estrutura da fila de
prioridade
Bibliografia

- [16] R.S. Torres and A.X. Falcão. Contour salience descriptors for effective image retrieval and analysis. *Image and Vision Computing*, 25(1):3–13, Jan 2007
- [17] F.A. Andaló, P.A.V. Miranda, R.S. Torres, and A.X. Falcão. A new shape descriptor based on tensor scale. In *Mathematical Morphology and its Applications to Signal and Image Processing (ISMM)*, pages 141–152, Rio de Janeiro, RJ, Oct 2007. MCT/INPE
- [18] R.A. Lotufo and A.X. Falcão. The ordered queue and the optimality of the watershed approaches. In *Mathematical Morphology and its Applications to Image and Signal Processing (ISMM)*, volume 18, pages 341–350. Kluwer, Jun 2000



Bibliografia

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação

Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

- [19] P.A.V. Miranda, A.X. Falcão, and J.K. Udupa. *CLOUDS: A model for synergistic image segmentation*. In *The Fifth IEEE Intl. Symp. on Biomedical Imaging (ISBI)*, Paris, France, May 14th–17th 2008. accepted
- [20] F. Cappabianco, A.X. Falcão, and L.M. Rocha. Clustering by optimum path forest and its application to automatic GM/WM classification in MR-T1 images of the brain. In *The Fifth IEEE Intl. Symp. on Biomedical Imaging (ISBI)*, Paris, France, May 14th–17th 2008. accepted
- [21] L.M. Rocha, A.X. Falcão, and L. Meloni. Data clustering based on optimum-path forest and probability density function. Technical Report IC-07-031, State University of Campinas, Institute of Computing, 2007



Bibliografia

Caminhos no grafo
Funções de
conexidade

Caminho Ótimo
Transformada
Imagem-Floresta

Motivação
Quais problemas
podem ser
resolvidos?

Floresta de
espalhamento

Algoritmo da IFT

Algoritmo da IFT

Propagação dos
caminhos

Resolvendo empates

Estrutura da fila de
prioridade

Bibliografia

- [22] J.A. Montoya-Zegarra, J.P. Papa, N.J. Leite, R.S. Torres, and A.X. Falcão. Learning how to extract rotation-invariant and scale-invariant features from texture images. *EURASIP Journal on Advances in Signal*, 2008. to appear