

Filtragem Conexa

Prof. Dr. Paulo A. V. de Miranda
Instituto de Matemática e Estatística (IME),
Universidade de São Paulo (USP)
pmiranda@vision.ime.usp.br

A reconstrução morfológica é uma operação que envolve duas imagens de entrada, uma máscara $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$ e uma marcadora $\hat{J} = (\mathcal{D}_J, J)$ e um elemento estruturante planar (i.e., relação de adjacência \mathcal{A}). A reconstrução é dita:

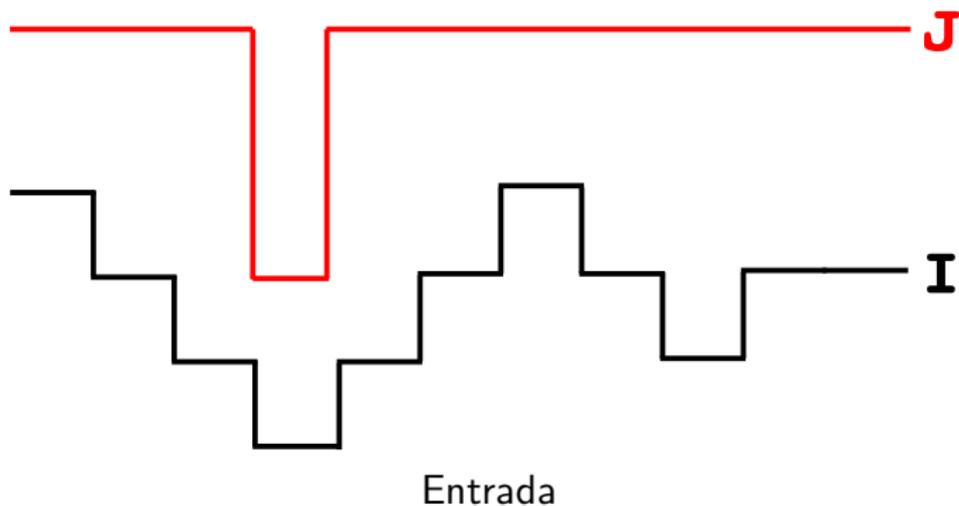
- ▶ **superior** quando $J(p) \geq I(p)$ para todo $p \in \mathcal{D}_I$, e
- ▶ **inferior** quando $J(p) \leq I(p)$ para todo $p \in \mathcal{D}_I$.

A implementação da reconstrução superior é uma IFT com minimização de V (resultado da reconstrução) usando função f_{srec} :

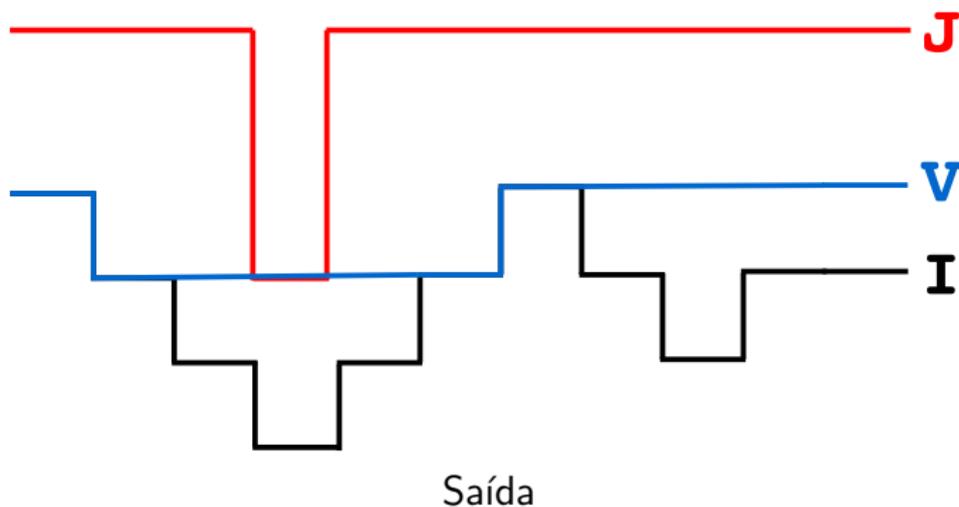
$$\begin{aligned}f_{srec}(\langle t \rangle) &= J(t) \\ f_{srec}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) &= \max\{f_{srec}(\pi_s), I(t)\}\end{aligned}$$

Esta operação “preenche bacias” da imagem \hat{I} e não cria falsas bordas, como ocorre tipicamente no caso de filtros lineares.

Exemplo:



Exemplo:



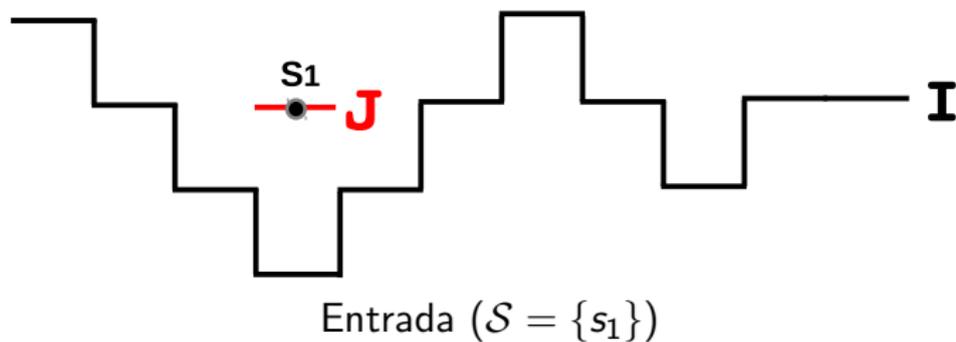
Uma variante interessante é a **reconstrução superior local** que “preenche” cada bacia marcada por um pixel semente $q \in \mathcal{S}$ até o nível $J(q)$.

$$f_{lsrec}(\langle t \rangle) = \begin{cases} J(t), & \text{se } J(t) > I(t) \text{ e } t \in \mathcal{S}, \\ +\infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$f_{lsrec}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \begin{cases} f_{lsrec}(\pi_s), & \text{se } f_{lsrec}(\pi_s) > I(t), \\ +\infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

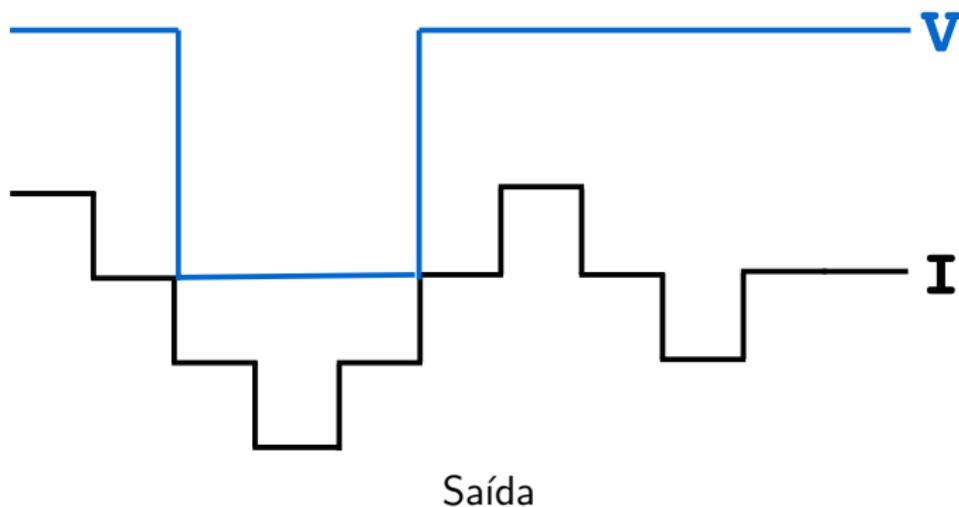
Regiões não conquistadas pela IFT ficarão com custo infinito. A imagem filtrada \hat{V}^* é gerada aplicando um pós-processamento local na imagem de custos \hat{V} : $\forall p \in \mathcal{D}_I, V^*(p) \leftarrow I(p)$ se $V(p) = +\infty$, e $V^*(p) = V(p)$ caso contrário.

Exemplo:



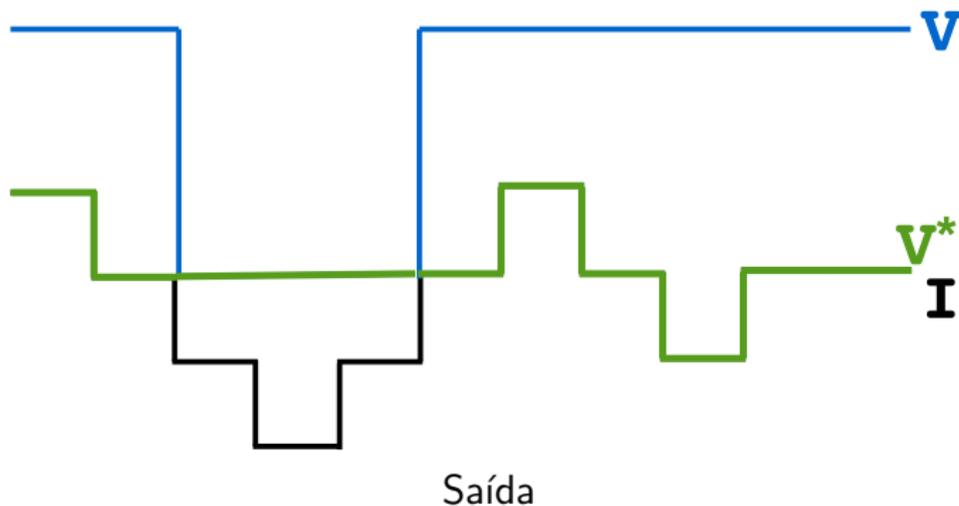
Reconstrução superior local

Exemplo:



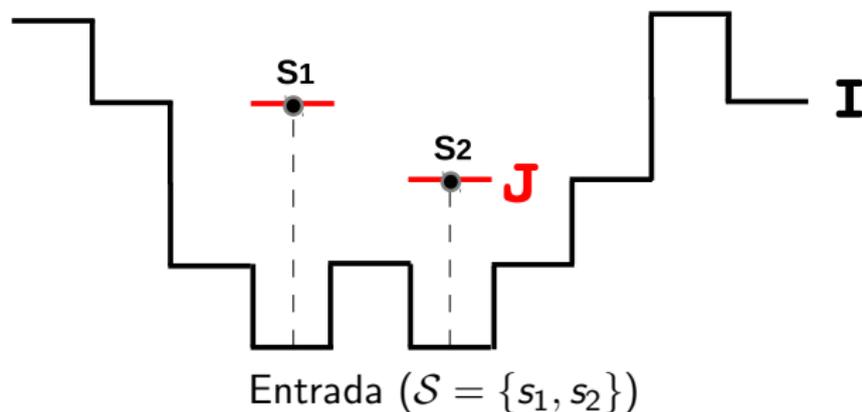
Reconstrução superior local

Exemplo:



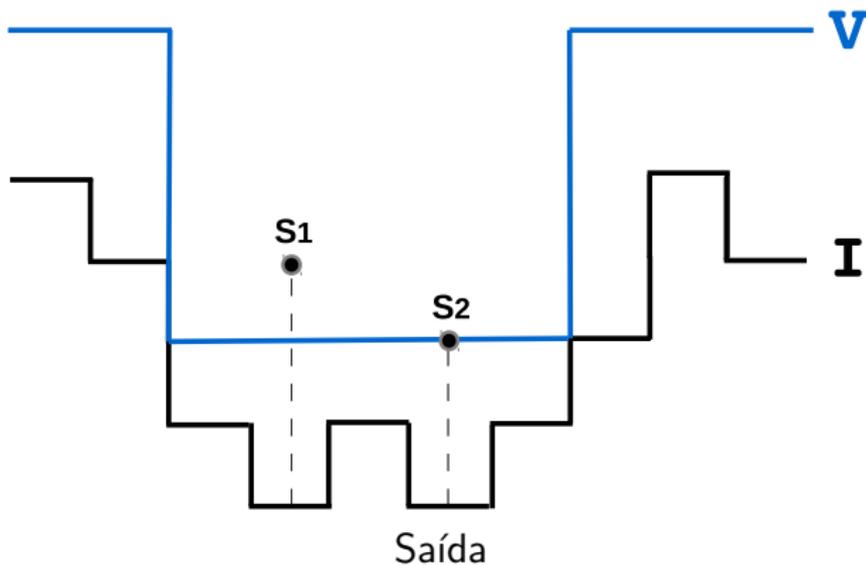
Reconstrução superior local

Porém, se as zonas de influência de duas sementes se encontram com níveis diferentes, a semente de menor nível domina a de maior nível:



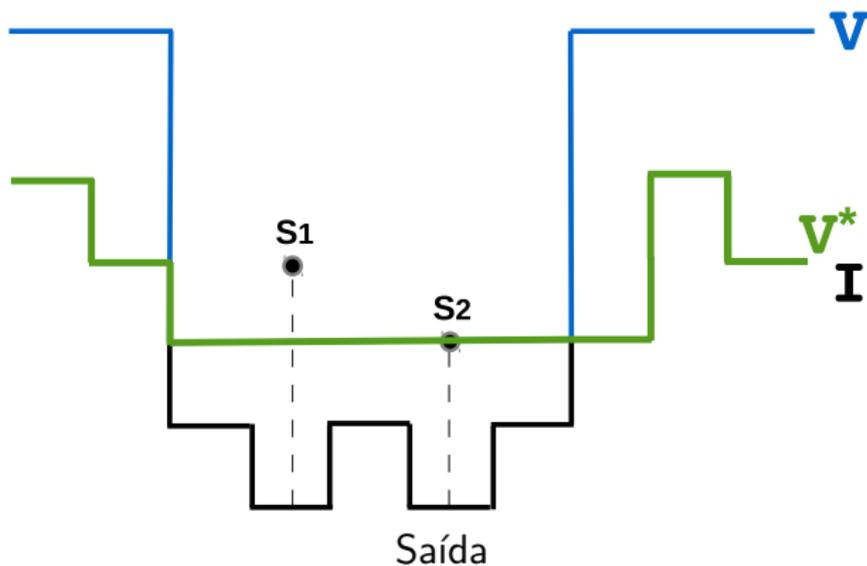
Reconstrução superior local

Porém, se as zonas de influência de duas sementes se encontram com níveis diferentes, a semente de menor nível domina a de maior nível:



Reconstrução superior local

Porém, se as zonas de influência de duas sementes se encontram com níveis diferentes, a semente de menor nível domina a de maior nível:



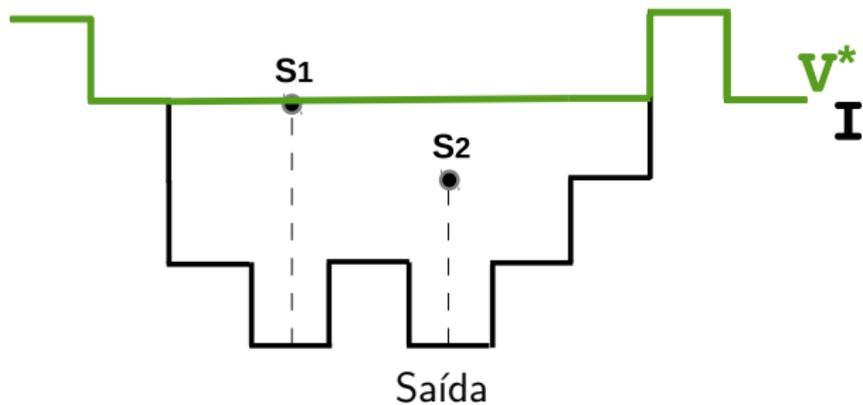
Alagamento regional (*regional flooding*)

Tem o mesmo efeito de uma **reconstrução superior local**, quando as zonas de influência das sementes não se encontram, e tem um efeito de inundação da superfície, onde a semente de maior nível domina a de menor nível, caso contrário.

$$f_{rf}(\langle t \rangle) = \begin{cases} K - J(t), & \text{se } J(t) > I(t) \text{ e } t \in \mathcal{S}, \\ +\infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$
$$f_{rf}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \begin{cases} f_{rf}(\pi_s), & \text{se } f_{rf}(\pi_s) < K - I(t), \\ +\infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A imagem filtrada \hat{V}^* é gerada no final a partir da imagem de custos \hat{V} : $\forall p \in \mathcal{D}_I$, $V^*(p) \leftarrow I(p)$ se $V(p) = +\infty$, e $V^*(p) = K - V(p)$ caso contrário (K é o maior valor de \hat{J}).

Alagamento regional (*regional flooding*)



O algoritmo para o fechamento de bacias por área via IFT pode ser dividido em duas partes:

- ▶ **1º parte:** Uma variante da IFT-watershed clássica, para calcular as bacias que serão preenchidas e seus respectivos níveis,
- ▶ **2º parte:** Um alagamento regional para efetivamente preencher essas bacias.

A primeira parte simula a inundação da imagem toda a partir dos mínimos. A medida que o nível da água sobe:

- ▶ bacias vizinhas vão sendo unidas em uma imagem \hat{R} de representantes,
- ▶ as áreas inundadas são calculadas em \hat{A}_r ,
- ▶ os níveis para fechamento das bacias são atualizados em uma imagem \hat{J} , até a água atingir uma altura em que a área inundada é maior a um limiar fornecido.

Fechamento por área - Algoritmo parte I

Algoritmo de fechamento por área via IFT

Entrada: Imagem $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$ e limiar T_a de área.

Saída: Imagem filtrada $\hat{J} = (\mathcal{D}_I, J)$ por fechamento de bacias com área $\leq T_a$.

Auxiliares: Fila de prioridade Q com política de desempate LIFO, adjacência-4 \mathcal{A} , variável tmp , e imagens de custos $\hat{V} = (\mathcal{D}_I, V)$, áreas $\hat{A}_r = (\mathcal{D}_I, A_r)$, representantes $\hat{R} = (\mathcal{D}_I, R)$, e predecessores $\hat{P} = (\hat{\mathcal{D}}_I, P)$.

Fechamento por área - Algoritmo parte II

01 **Para Cada** $t \in \mathcal{D}_I$, **Faça**

02 $P(t) \leftarrow nil, V(t) \leftarrow I(t), R(t) \leftarrow t, A_r(t) \leftarrow 0,$

03 $J(t) \leftarrow I(t)$ e insira t em Q .

04 **Enquanto** $Q \neq \emptyset$, **Faça**

05 Remova um pixel s de Q cujo valor $V(s)$ seja mínimo, e faça $estado(s) \leftarrow 1$.

06 **Faça** $r_s \leftarrow Representante(\hat{R}, s)$.

07 **Se** $A_r(r_s) \leq T_a$ e $J(r_s) < I(s)$, **Então** $J(r_s) \leftarrow I(s)$.

08 **Faça** $A_r(r_s) \leftarrow A_r(r_s) + 1$.

09 **Para Cada** $t \in \mathcal{A}(s)$, **Faça**

10 **Se** $estado(t) = 0$, **Então**

11 $tmp \leftarrow \max\{V(s), I(t)\}$.

12 **Se** $tmp \leq V(t)$, **Então**

13 Remova t de Q , $V(t) \leftarrow tmp, P(t) \leftarrow s,$

14 $R(t) \leftarrow r_s$ e insira t em Q .

Fechamento por área - Algoritmo parte III

15 **Senão , Então**

16 **Faça** $r_t \leftarrow \text{Representante}(\hat{R}, t)$.

17 **Se** $r_s \neq r_t$, **Então**

18 **Se** $A_r(r_t) \leq T_a$ e $J(r_t) < I(s)$, **Então** $J(r_t) \leftarrow I(s)$.

19 **Se** $A_r(r_s) < A_r(r_t)$, **Então** $tmp \leftarrow r_s$, $r_s \leftarrow r_t$, e $r_t \leftarrow tmp$.

20 **Faça** $R(r_t) \leftarrow r_s$ e $A_r(r_s) \leftarrow A_r(r_s) + A_r(r_t)$.

21 **Para Cada** pixel $t \in \mathcal{D}_I$, **Faça**

22 **Se** $P(t) = nil$, **Então** insira t em Q .

23 **Enquanto** $Q \neq \emptyset$, **Faça**

24 **Remova** um pixel s de Q cujo $J(s)$ é máximo.

25 **Para Cada** $t \in \mathcal{A}(s)$, tal que $J(s) > J(t)$, **Faça**

26 **Se** $t \in Q$, remova t de Q .

27 $J(t) \leftarrow J(s)$ e insira t em Q .

Fechamento por área - Algoritmo

- ▶ A união de bacias adjacentes é realizada nas linhas 19 e 20, de tal modo que a maior bacia sempre fica como representante das duas.
- ▶ A política de desempate LIFO garante um pixel raiz por mínimo regional de cada bacia.
- ▶ A segunda parte (linhas 21 a 27) calcula o alagamento regional de \hat{J} , usando como sementes as raízes da IFT anterior (um pixel por mínimo regional) obtidas da imagem de predecessores \hat{P} .
- ▶ O algoritmo do alagamento regional é apresentado usando uma versão dual e simplificada da IFT.
- ▶ **P.S.:** Note que é necessário reinicializar os valores de controle da fila Q entre as linhas 20 e 21 (função *ResetQueue(Q)*).

Fechamento por área

Exemplo de fechamento por área com $T_a = 3$:

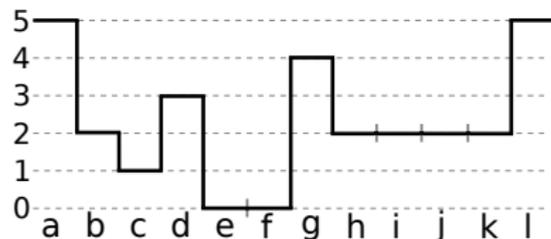
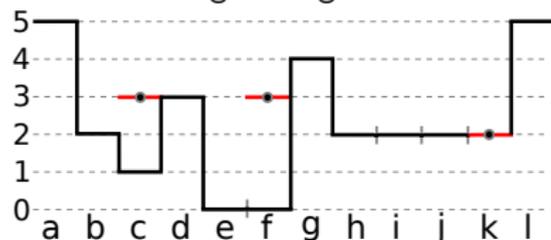
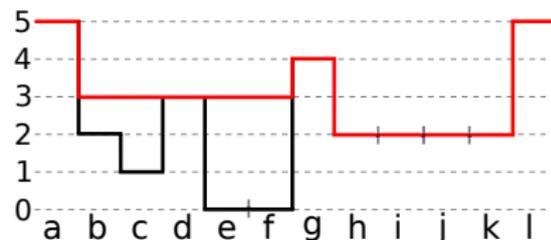


Imagem original \hat{I}



1º parte: Seleção de bacias e níveis \hat{J}



2º parte: Alagamento regional

Obtemos uma raiz por mínimo regional pela política LIFO. Assumindo que os pixels foram inseridos em Q da esquerda para a direita, f e k se tornam raízes da floresta dos mínimos regionais $\{e, f\}$ e $\{h, i, j, k\}$, respectivamente.

Fechamento por área

Exemplo de fechamento por área com $T_a = 4$:

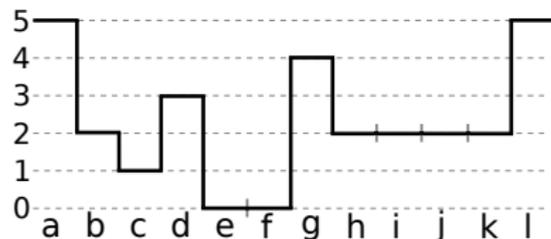
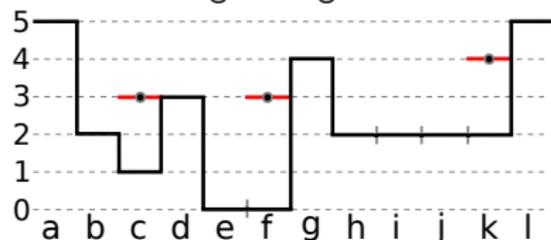
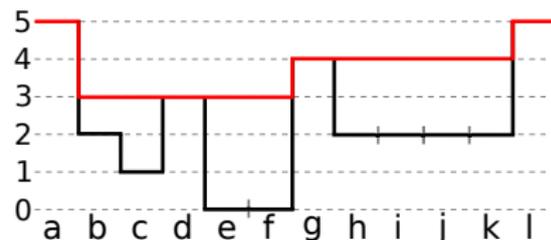


Imagem original \hat{I}



1º parte: Seleção de bacias e níveis \hat{J}



2º parte: Alagamento regional

Obtemos uma raiz por mínimo regional pela política LIFO. Assumindo que os pixels foram inseridos em Q da esquerda para a direita, f e k se tornam raízes da floresta dos mínimos regionais $\{e, f\}$ e $\{h, i, j, k\}$, respectivamente.

Fechamento por área

Exemplo de fechamento por área com $T_a = 5$:

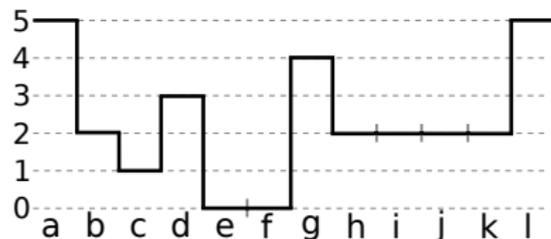
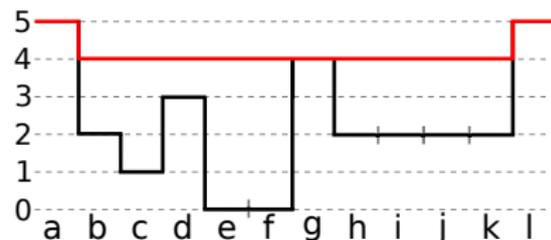


Imagem original \hat{I}



1º parte: Seleção de bacias e níveis \hat{J}



2º parte: Alagamento regional

Obtemos uma raiz por mínimo regional pela política LIFO. Assumindo que os pixels foram inseridos em Q da esquerda para a direita, f e k se tornam raízes da floresta dos mínimos regionais $\{e, f\}$ e $\{h, i, j, k\}$, respectivamente.

Fechamento por área



Imagem original \hat{I}



$T_a = 10$



$T_a = 100$

- ▶ *A.X. Falcão, B. S. da Cunha, and R. A. Lotufo,*
Design of connected operators using the image foresting transform,

In Proc. of SPIE on Medical Imaging, volume 4322, pages 468-479. SPIE, 2001.

<http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?articleid=906355>

- ▶ *Prof. Alexandre Xavier Falcão,*
Anotações de aula

(MO815 - Processamento de Imagens usando Grafos)

<http://www.ic.unicamp.br/~afalcao/mo815-grafos/index.html>