

---

# **Filtragem Conexa**

Prof. Dr. Paulo A. V. de Miranda  
Instituto de Matemática e Estatística (IME),  
Universidade de São Paulo (USP)  
[pmiranda@vision.ime.usp.br](mailto:pmiranda@vision.ime.usp.br)



# Operador conexo

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

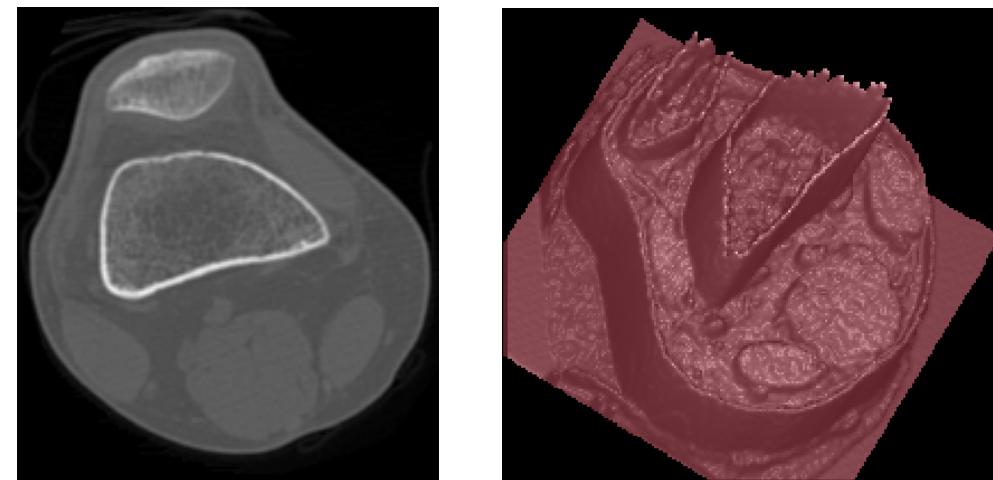
Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

Considere uma imagem em níveis de cinza  $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$  representada por uma superfície topográfica em que os níveis  $I(p)$  indicam a altitude do ponto  $p$  no relevo.



Exemplo de imagem de entrada vista como uma superfície topográfica.



# Operador conexo

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

- Este relevo possui domos, bacias e platôs.
- Um platô (*flat zone*) neste relevo é um componente conexo maximal, onde todos os pixels possuem o mesmo valor (mesma altitude).
- Um operador  $\psi$  é dito conexo se e somente se qualquer par de pixels pertencentes a um dado platô em  $\hat{I}$  também pertencem a um mesmo platô em  $\psi(\hat{I})$ .
- A principal vantagem é que a operação conexa não cria falsas bordas, como a filtragem linear, apenas elimina bordas entre platôs.



# Operador conexo

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

Outra forma de visualizar uma operação conexa é através da decomposição por limiar:

- A imagem  $\hat{I}$  decomposta por limiar forma um conjunto  $\mathcal{T}_{\hat{I}}$  de imagens binárias  $\hat{B}_l = (\mathcal{D}_I, B_l), l = 0, 1, \dots, I_{max}$ , onde  $B_l(p) = 1$  se  $I(p) \geq l$ , e 0 no caso contrário ( $I_{max} = \max_{\forall p \in \mathcal{D}_I} \{I(p)\}$ ).
- Operadores conexos apenas eliminam ou unem componentes conexos deste conjunto.

Um platô é dito mínimo regional (máximo regional) se a intensidade dos pixels nos platôs vizinhos for estritamente maior (menor) que a intensidade no platô.



# Operador conexo

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

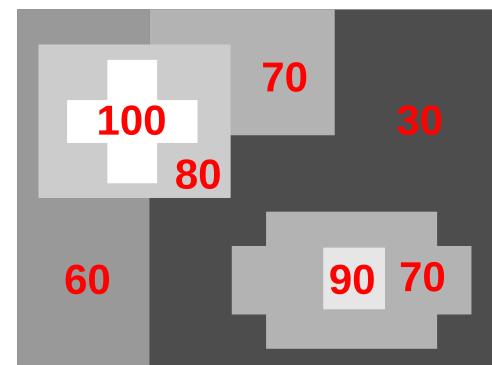
Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

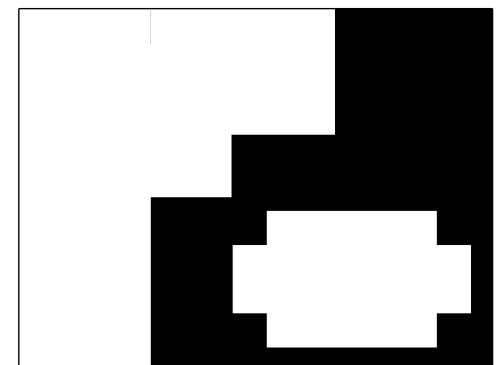
Exemplo de decomposição por limiar:



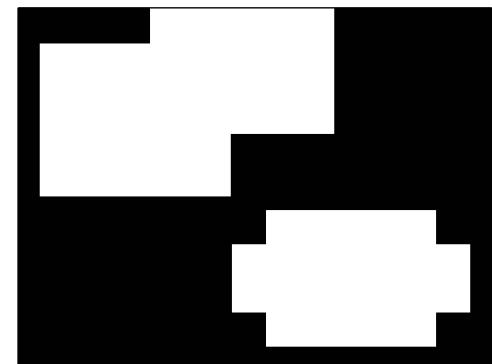
$\hat{I}$



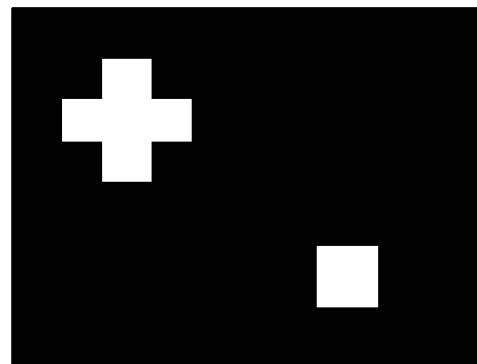
$\hat{B}_0$



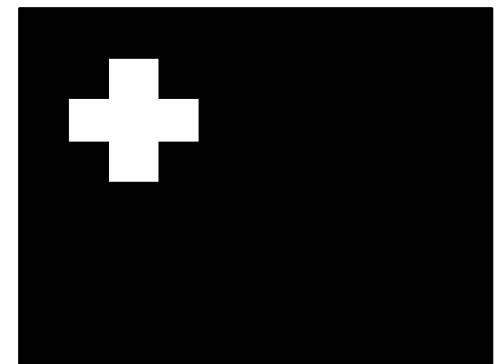
$\hat{B}_{60}$



$\hat{B}_{70}$



$\hat{B}_{90}$



$\hat{B}_{100}$



## Filtragem Conexa

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

Filtros conexos para preenchimento de bacias podem ser obtidos usando a IFT com função de custo de caminho:

$$f_{peak}(\langle t \rangle) = H(t)$$

$$f_{peak}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \max\{f_{peak}(\pi_s), I(t)\}$$

onde  $H(t) = I(t)$ , se  $t \in \mathcal{S}$ , e  $H(q) = +\infty$  no caso contrário.

- O mapa de custo gera uma imagem filtrada  $\hat{V}$ , que simplifica a imagem por preencher as bacias não marcadas por  $\mathcal{S}$ .
- Diferentes filtros/operadores podem ser obtidos dependendo da escolha das sementes.



## Filtragem Conexa

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

Filtros conexos para preenchimento de bacias podem ser obtidos usando a IFT com função de custo de caminho:

$$f_{peak}(\langle t \rangle) = H(t)$$

$$f_{peak}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \max\{f_{peak}(\pi_s), I(t)\}$$

onde  $H(t) = I(t)$ , se  $t \in \mathcal{S}$ , e  $H(q) = +\infty$  no caso contrário.

- No caso de política FIFO, existe uma simplificação que pode ser adotada. Quando um pixel  $p$  encontra um adjacente  $q$  e lhe oferece um caminho de melhor conexidade, este adjacente  $q$  nunca foi inserido na fila. Então, não é necessária a remoção da fila para atualização de atributos.



# Filtragem Conexa

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior  
Filtragem de

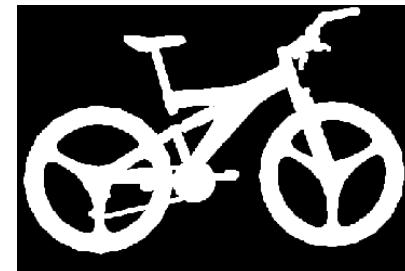
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed

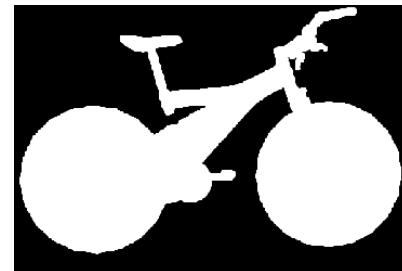
Artigo para leitura

Fechamento de buracos (**closing of holes**):

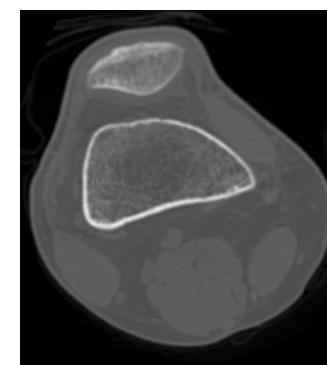
- Caso em que  $S$  é a borda da imagem.
- Buracos escuros de objetos claros são preenchidos com brilho claro em  $\hat{V}$ .



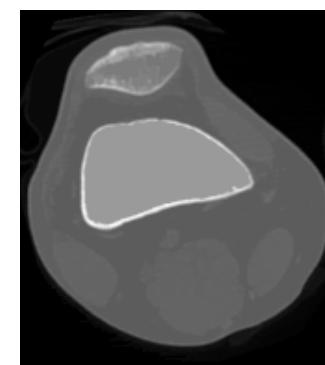
$\hat{I}$



$\hat{V}$



$\hat{I}$



$\hat{V}$



## Filtragem por reconstrução morfológica

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

A reconstrução morfológica é uma operação que envolve duas imagens de entrada, uma máscara  $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$  e uma marcadora  $\hat{J} = (\mathcal{D}_I, J)$  e um elemento estruturante planar (i.e., relação de adjacência  $\mathcal{A}$ ). A reconstrução é dita:

- **superior** quando  $J(p) \geq I(p)$  para todo  $p \in \mathcal{D}_I$ , e
- **inferior** quando  $J(p) \leq I(p)$  para todo  $p \in \mathcal{D}_I$ .



# Reconstrução superior

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
**Reconstrução  
superior**

Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Dependendo de como a imagem  $\hat{J}$  é gerada a partir da imagem  $\hat{I}$ , temos origem a diferentes métodos:

## ■ **Filtragem de h-bacias:**

- ◆  $\hat{J}$  é obtido somando-se um valor  $h > 0$  às intensidades de  $\hat{I}$  (i.e.,  $J(p) = I(p) + h$ ),
- ◆ preenche bacias de profundidade menor ou igual a  $h$ .

## ■ **Fechamento por reconstrução:**

- ◆  $\hat{J}$  é obtido aplicando-se em  $\hat{I}$  um fechamento morfológico (dilatação seguida de erosão por  $\mathcal{A}$ ).
- ◆ bacias menores que o elemento estruturante são fechadas.



## Reconstrução superior

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

A implementação da reconstrução superior é uma IFT com minimização de  $V$  (resultado da reconstrução) usando função  $f_{rsup}$ :

$$f_{rsup}(\langle t \rangle) = J(t)$$

$$f_{rsup}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \max\{f_{rsup}(\pi_s), I(t)\}$$



# Reconstrução superior

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

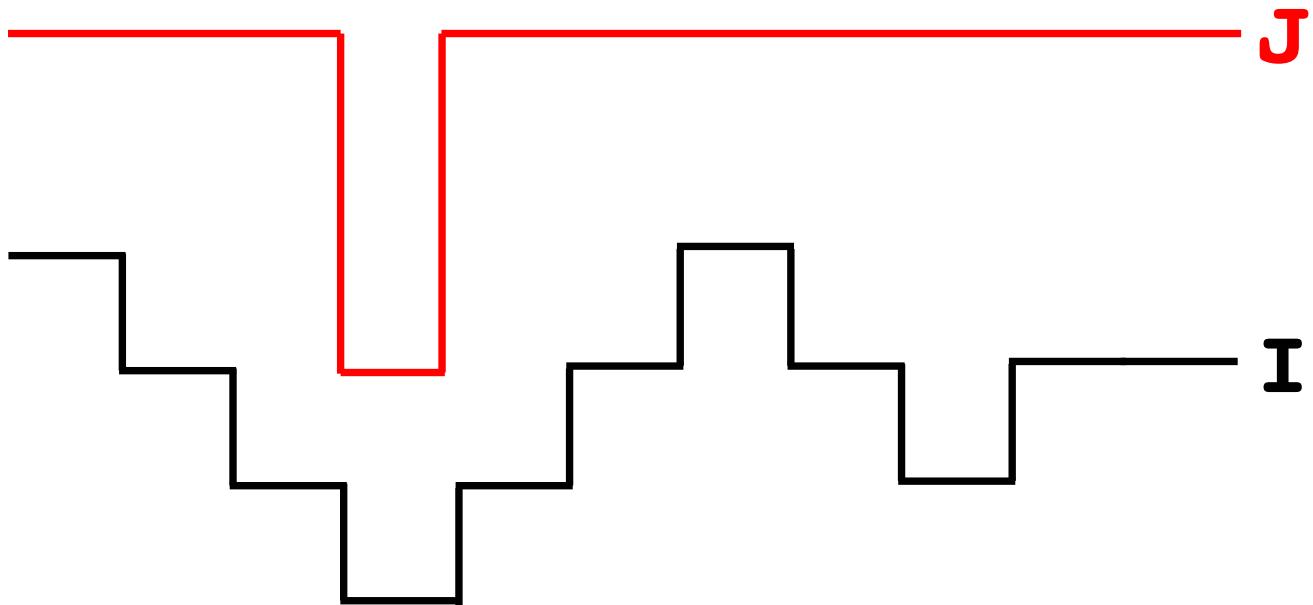
Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

Exemplo:





# Reconstrução superior

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

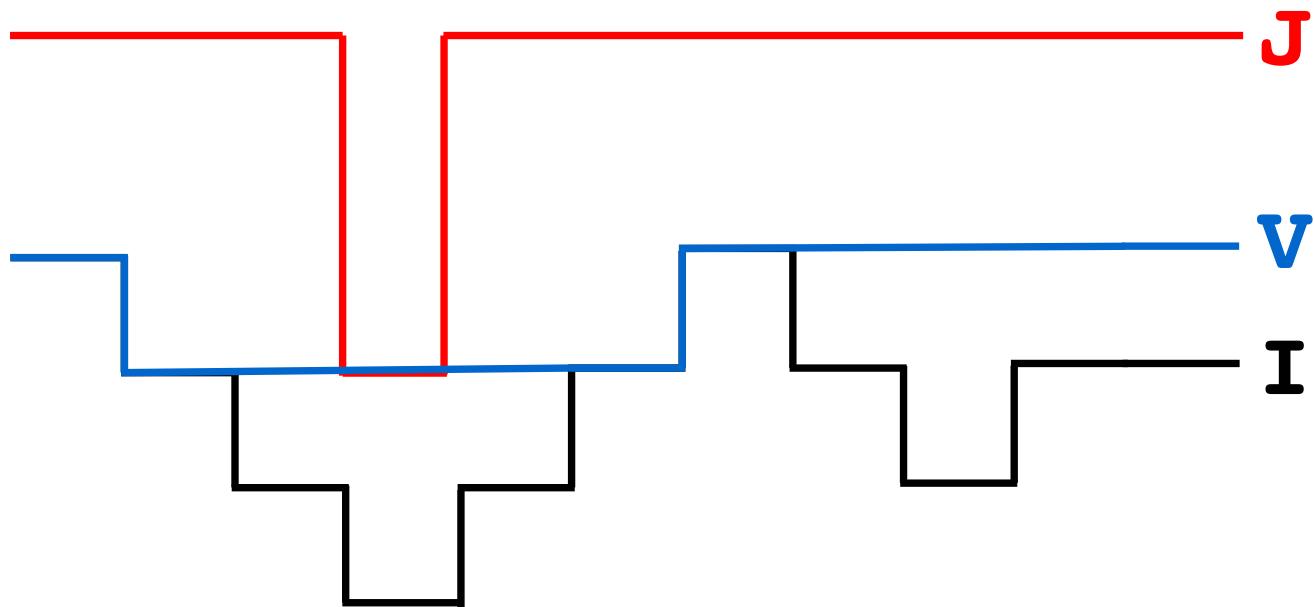
Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

Exemplo:

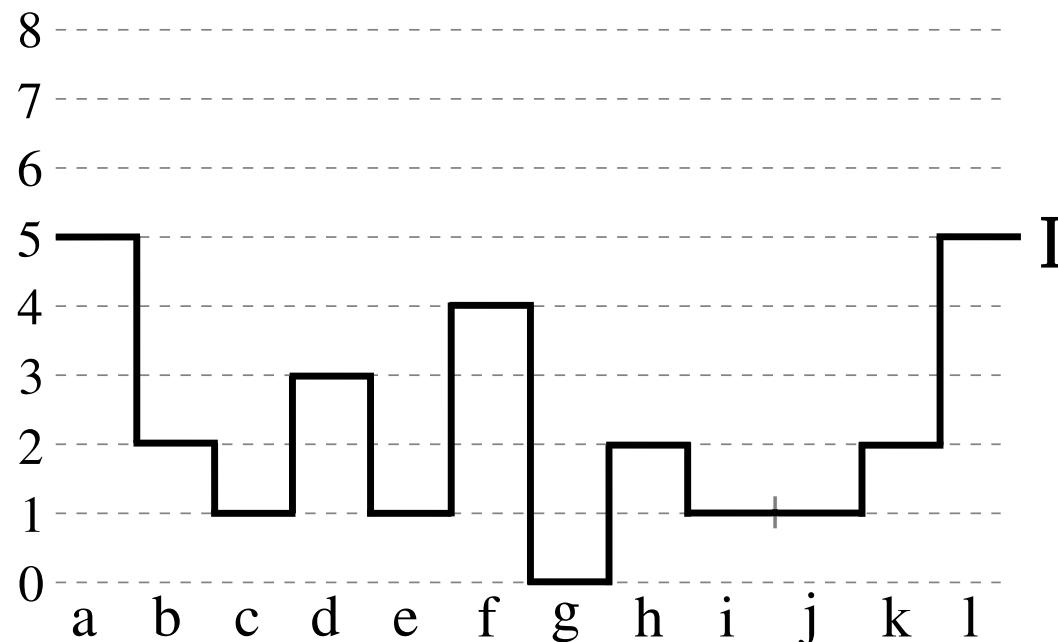




# Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 1$ :

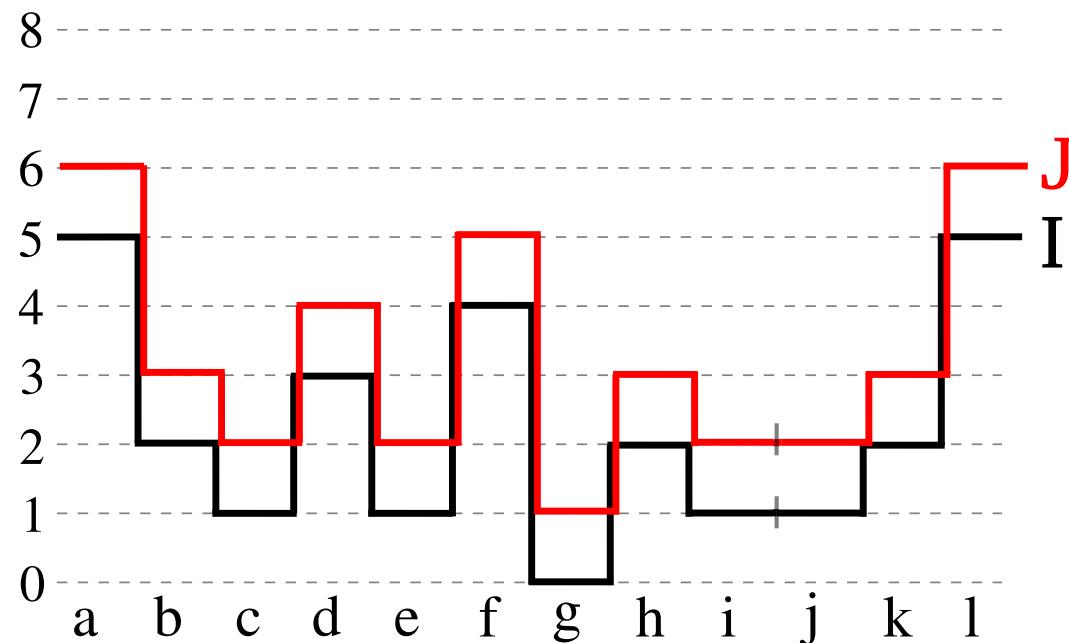




## Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 1$ :



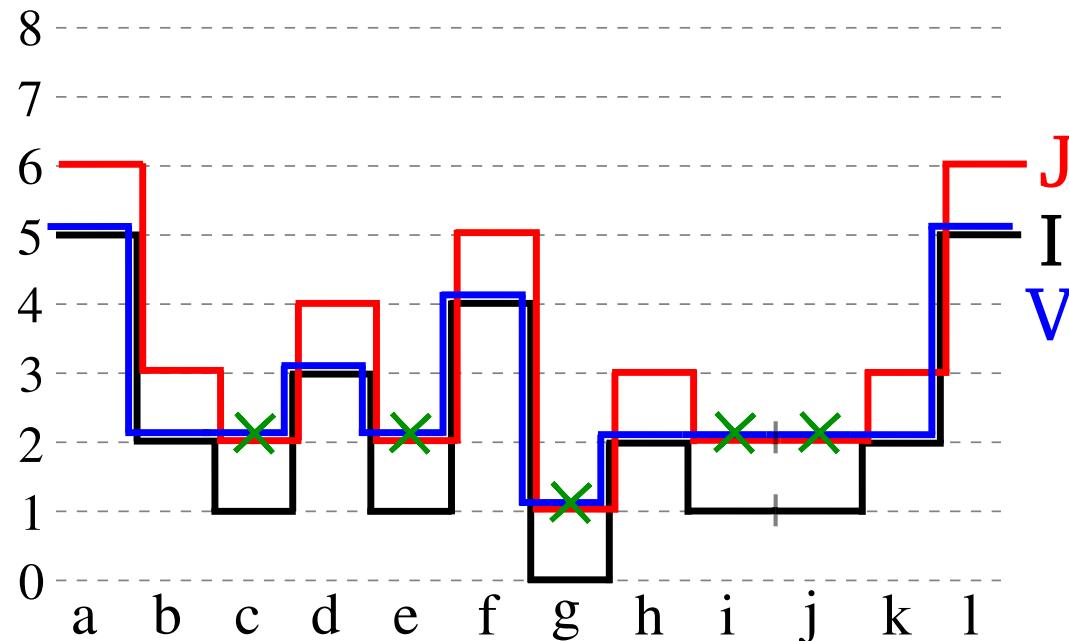
$\hat{J}$  é obtido somando-se  $h$  às intensidades de  $\hat{I}$  (i.e.,  $J(p) = I(p) + h$ ).



# Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 1$ :



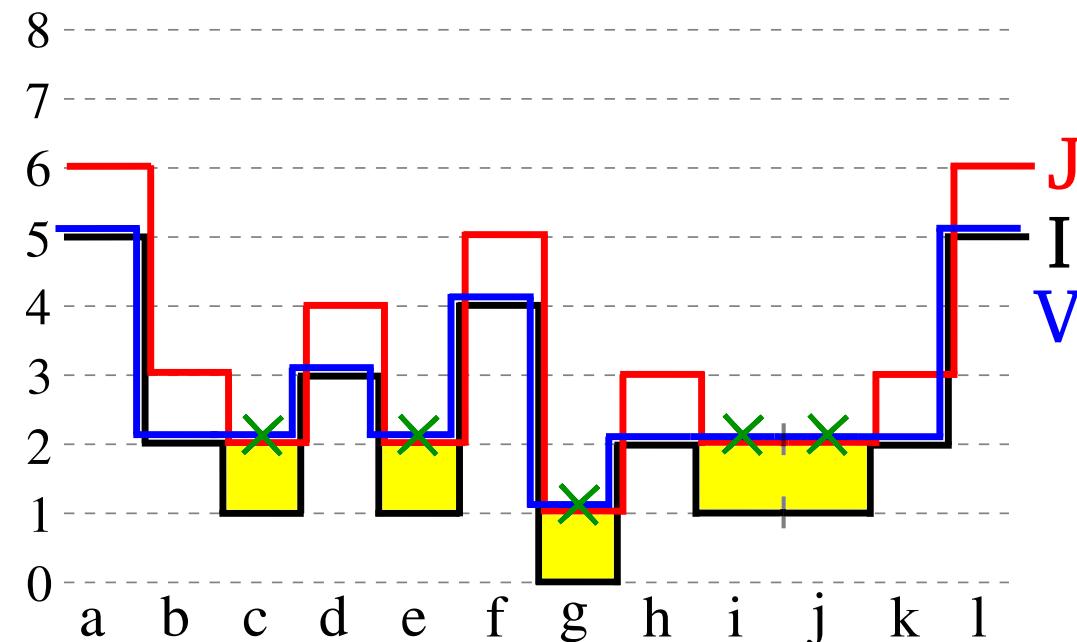
Com a política de desempate FIFO obtemos os pixels marcados por “X” como raízes da floresta.



# Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 1$ :



Bacias de profundidade menor ou igual a  $h$  são preenchidas no mapa de custos  $V$ .

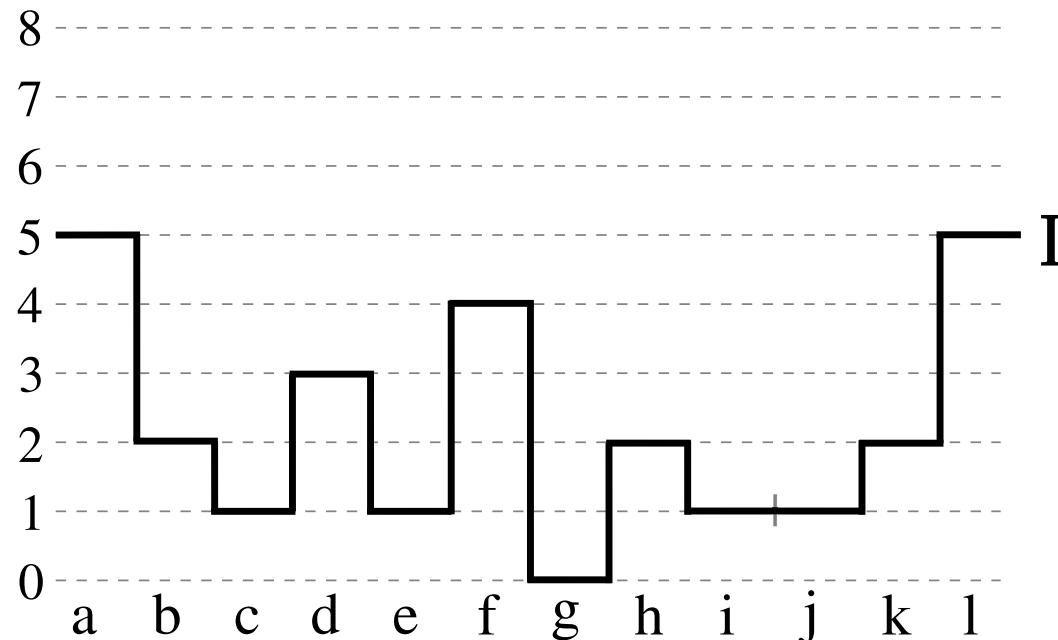
Note que para  $h = 1$ , uma imagem binária dos mínimos regionais de  $\hat{I}$  pode ser obtida através do resíduo  $V - I$ .



# Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 2$ :

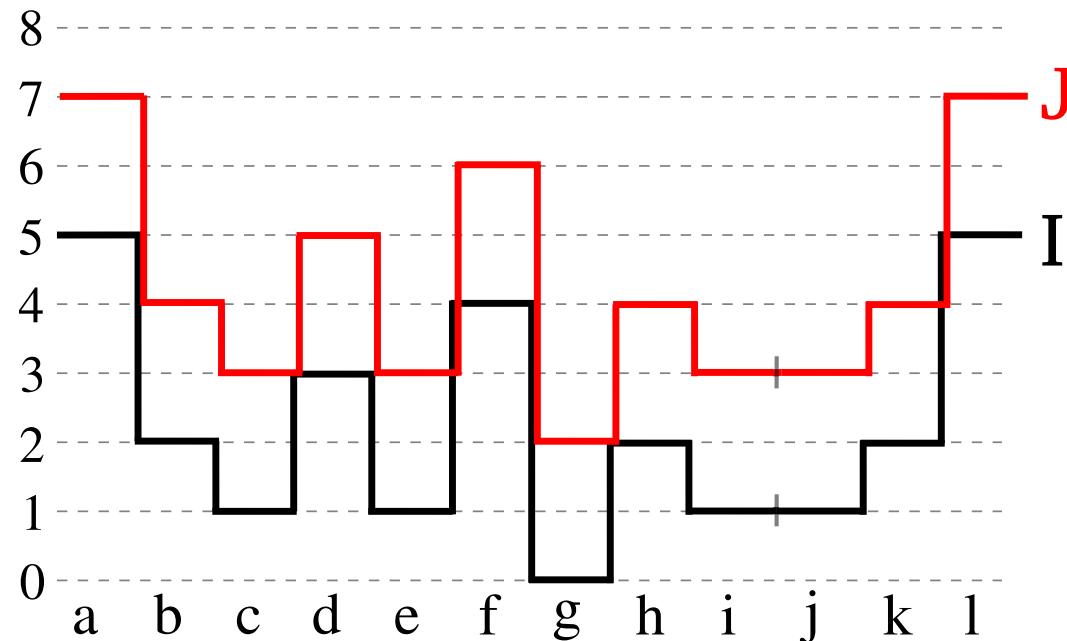




## Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 2$ :



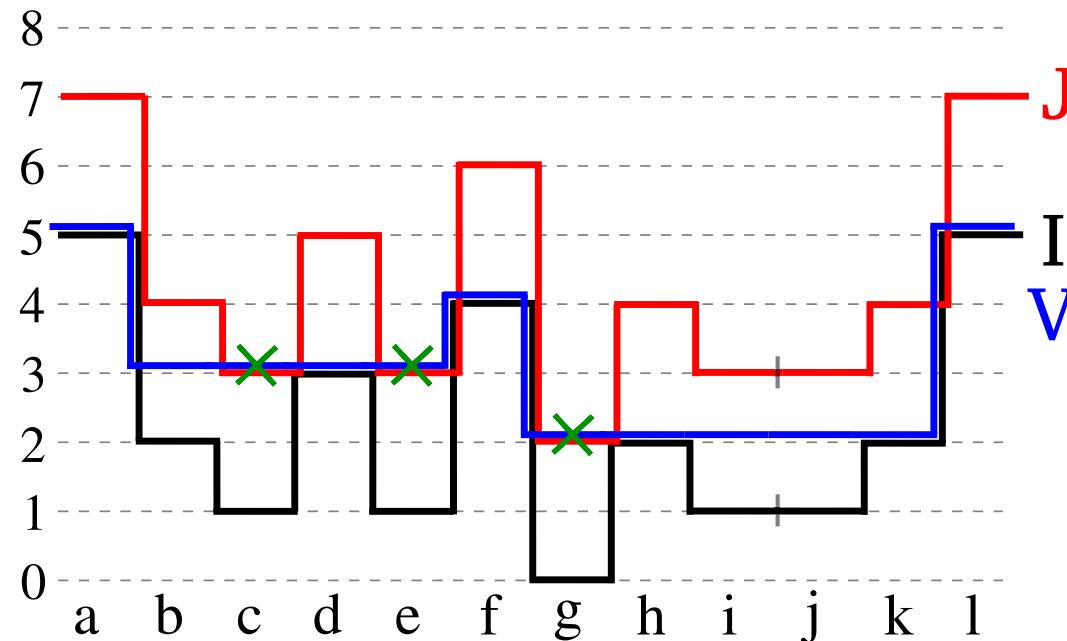
$\hat{J}$  é obtido somando-se  $h$  às intensidades de  $\hat{I}$  (i.e.,  $J(p) = I(p) + h$ ).



# Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 2$ :



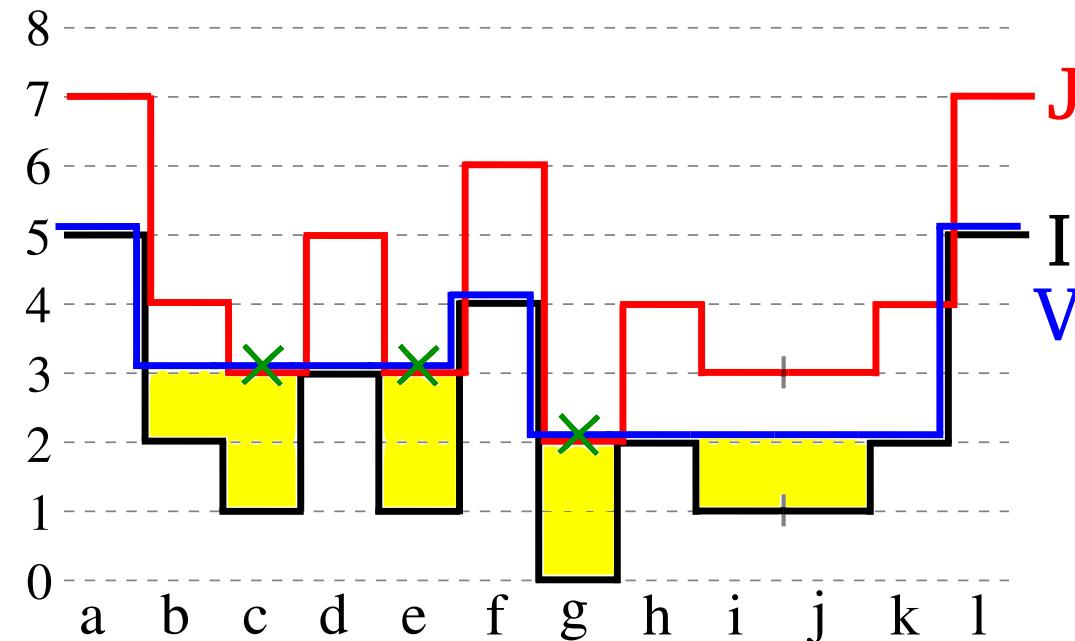
Com a política de desempate FIFO obtemos os pixels marcados por “X” como raízes da floresta.



# Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 2$ :



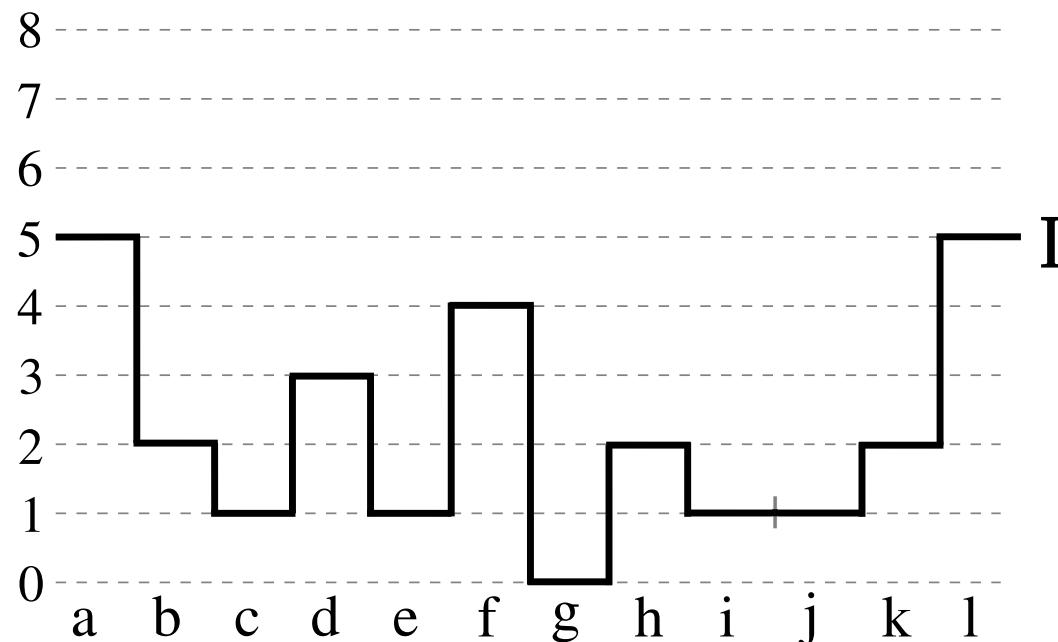
Bacias de profundidade menor ou igual a  $h$  são preenchidas no mapa de custos  $V$ .



# Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 3$ :

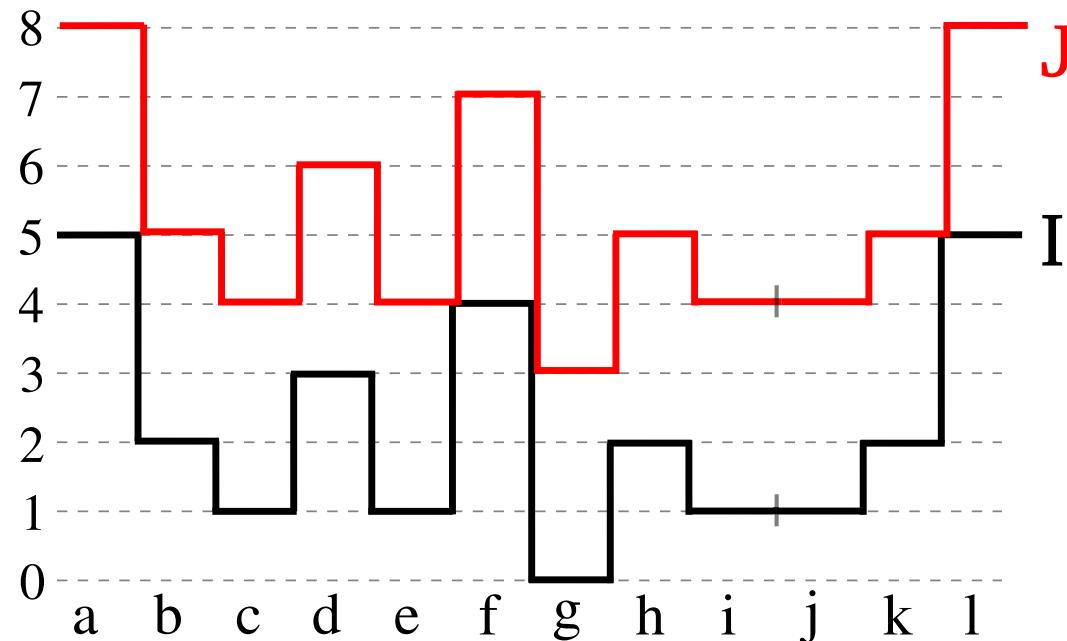




## Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 3$ :



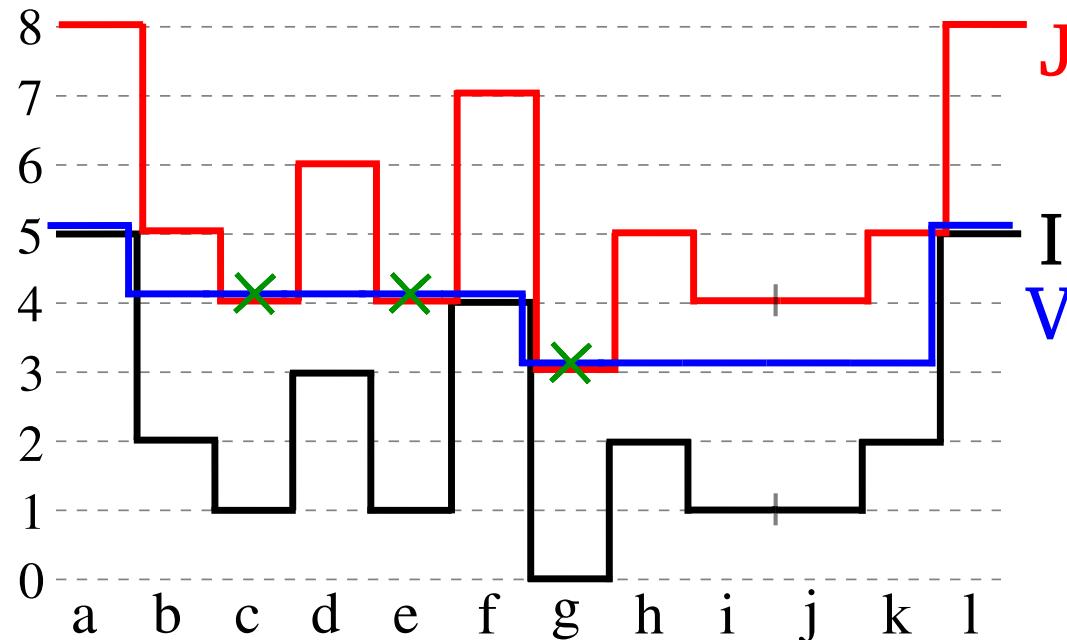
$\hat{J}$  é obtido somando-se  $h$  às intensidades de  $\hat{I}$  (i.e.,  $J(p) = I(p) + h$ ).



# Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 3$ :



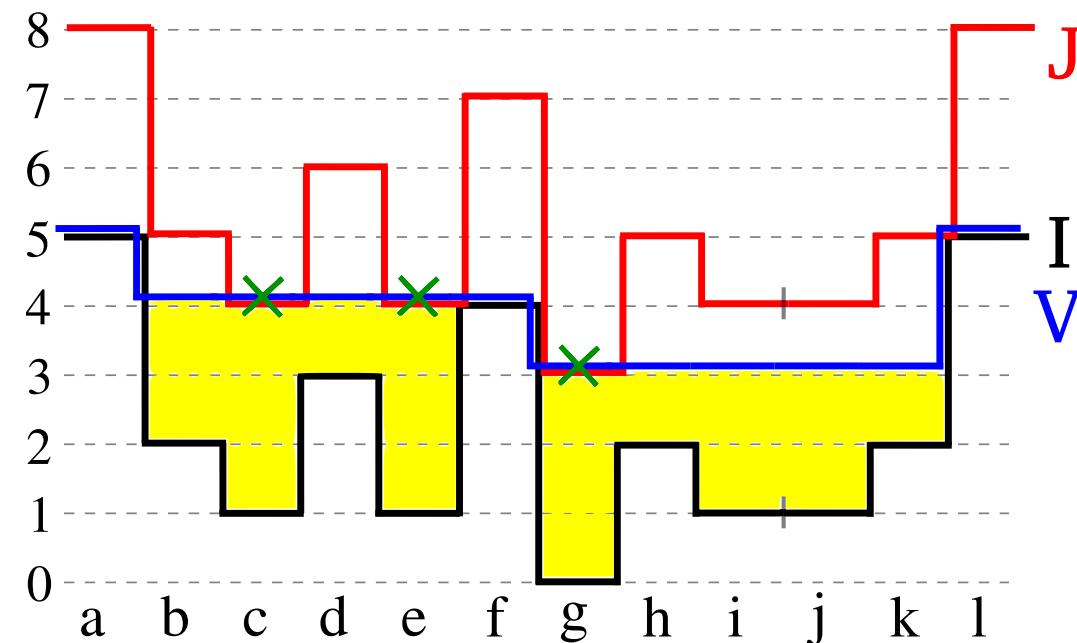
Com a política de desempate FIFO obtemos os pixels marcados por “X” como raízes da floresta.



# Filtragem de h-bacias

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
**Filtragem de  
h-bacias**  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $h = 3$ :



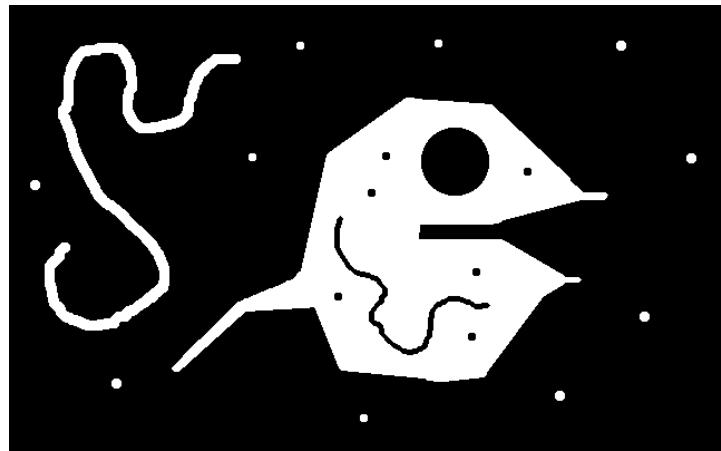
Bacias de profundidade menor ou igual a  $h$  são preenchidas no mapa de custos  $V$ .



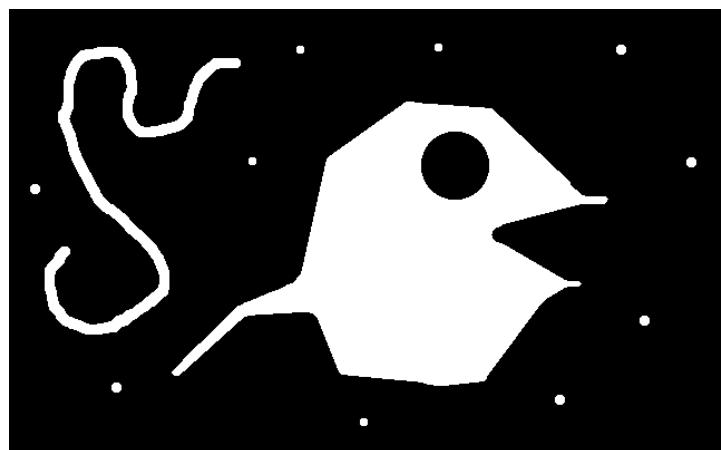
## Fechamento por reconstrução

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
**Fechamento por  
reconstrução**

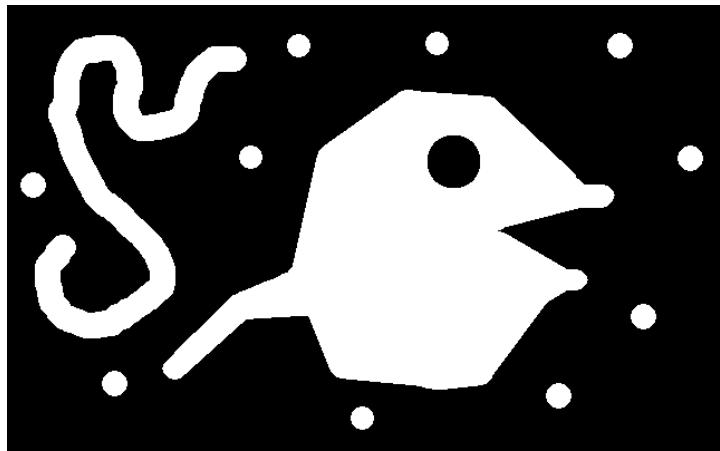
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura



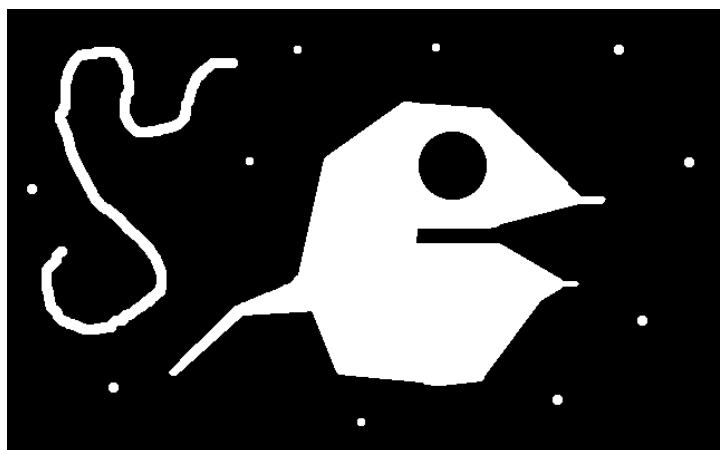
$\hat{I}$



fechamento



dilatação

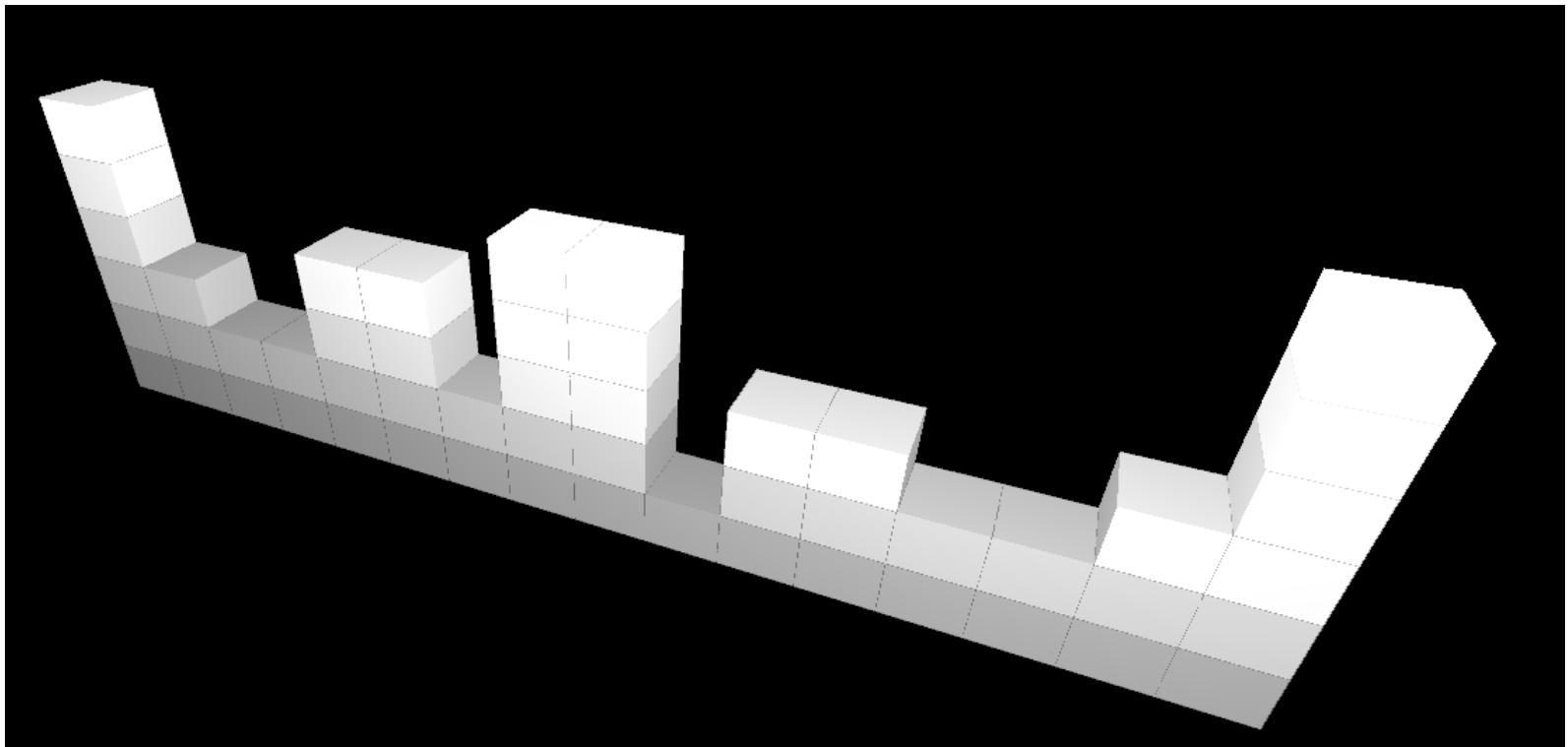


fechamento por reconstrução



# Transformada de watershed

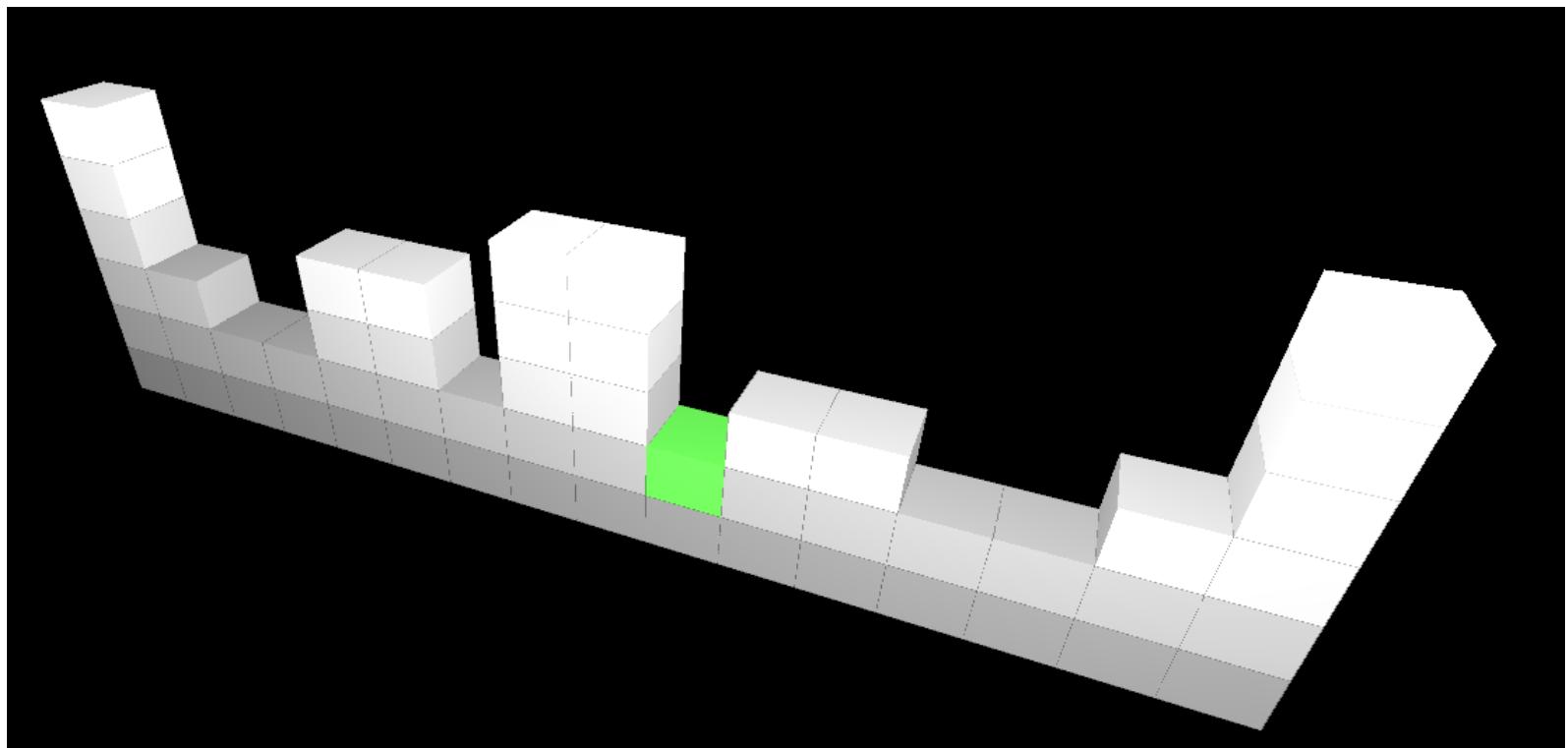
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

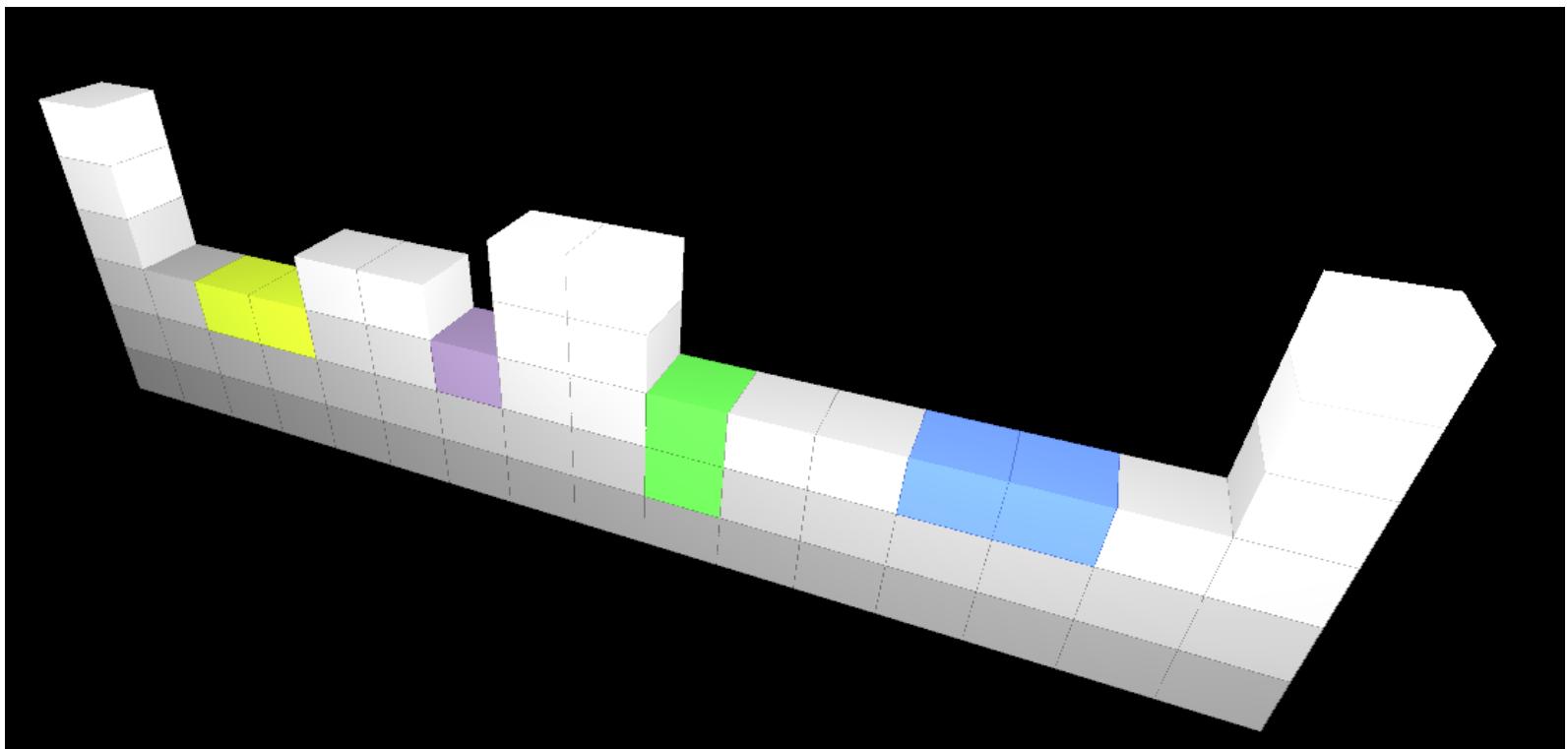
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

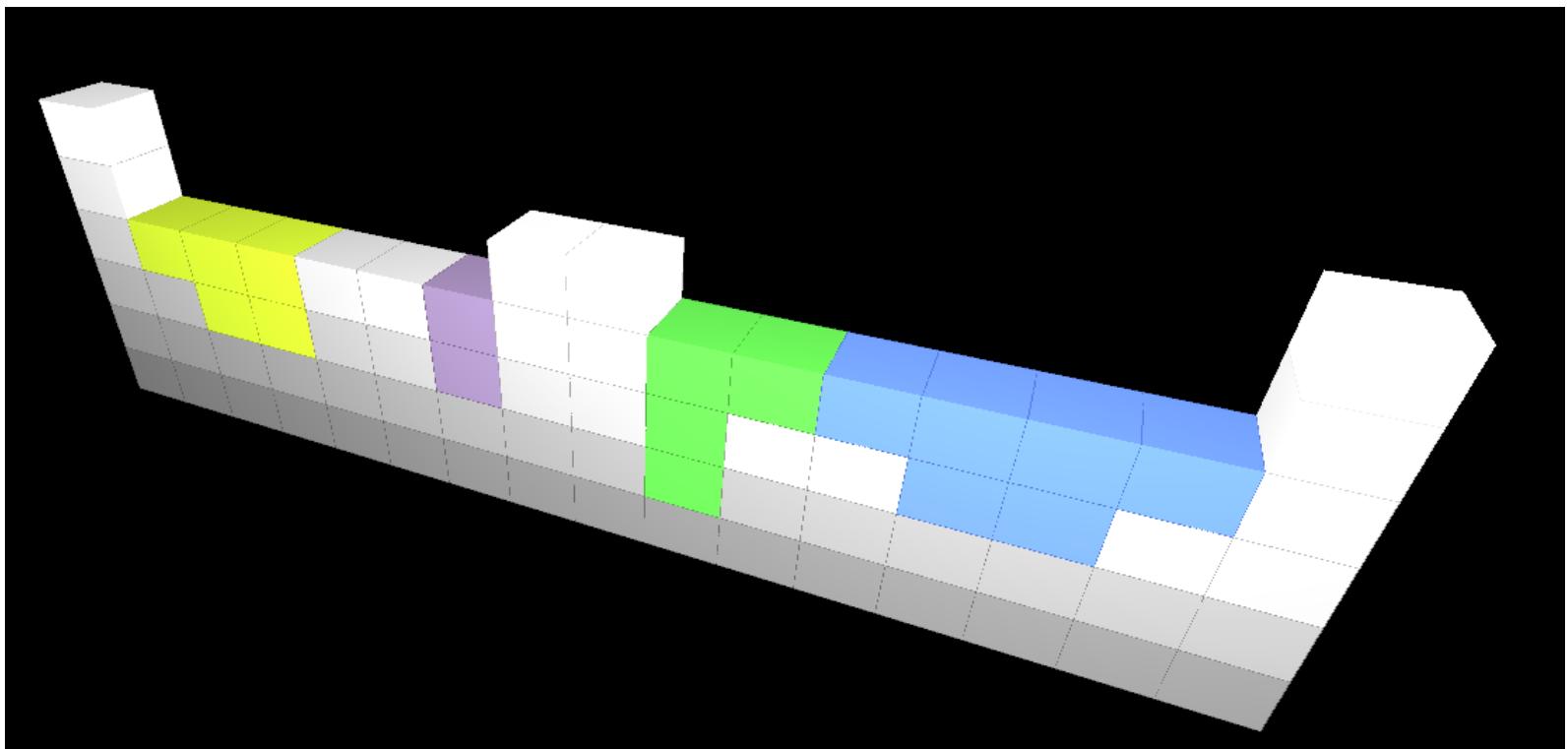
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

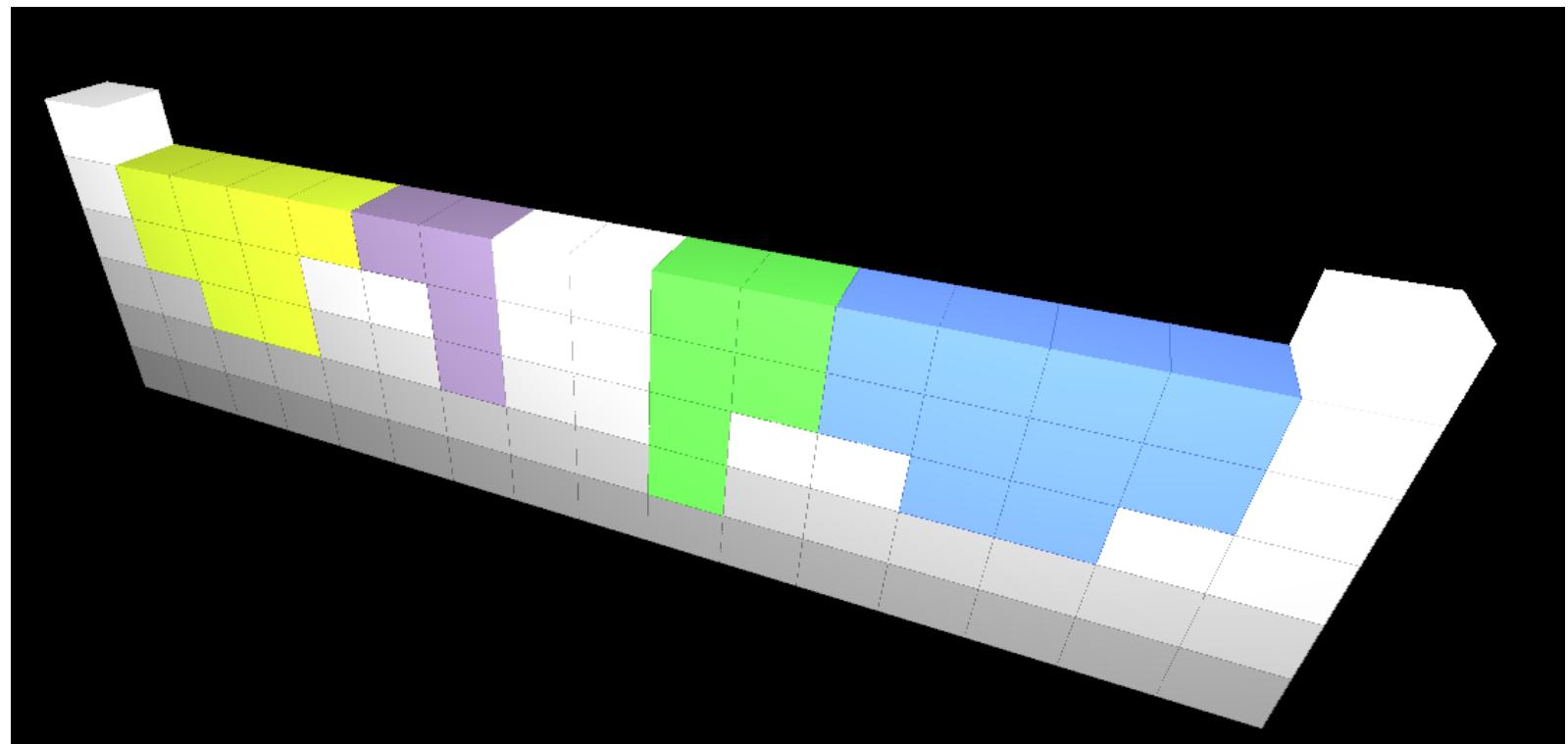
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

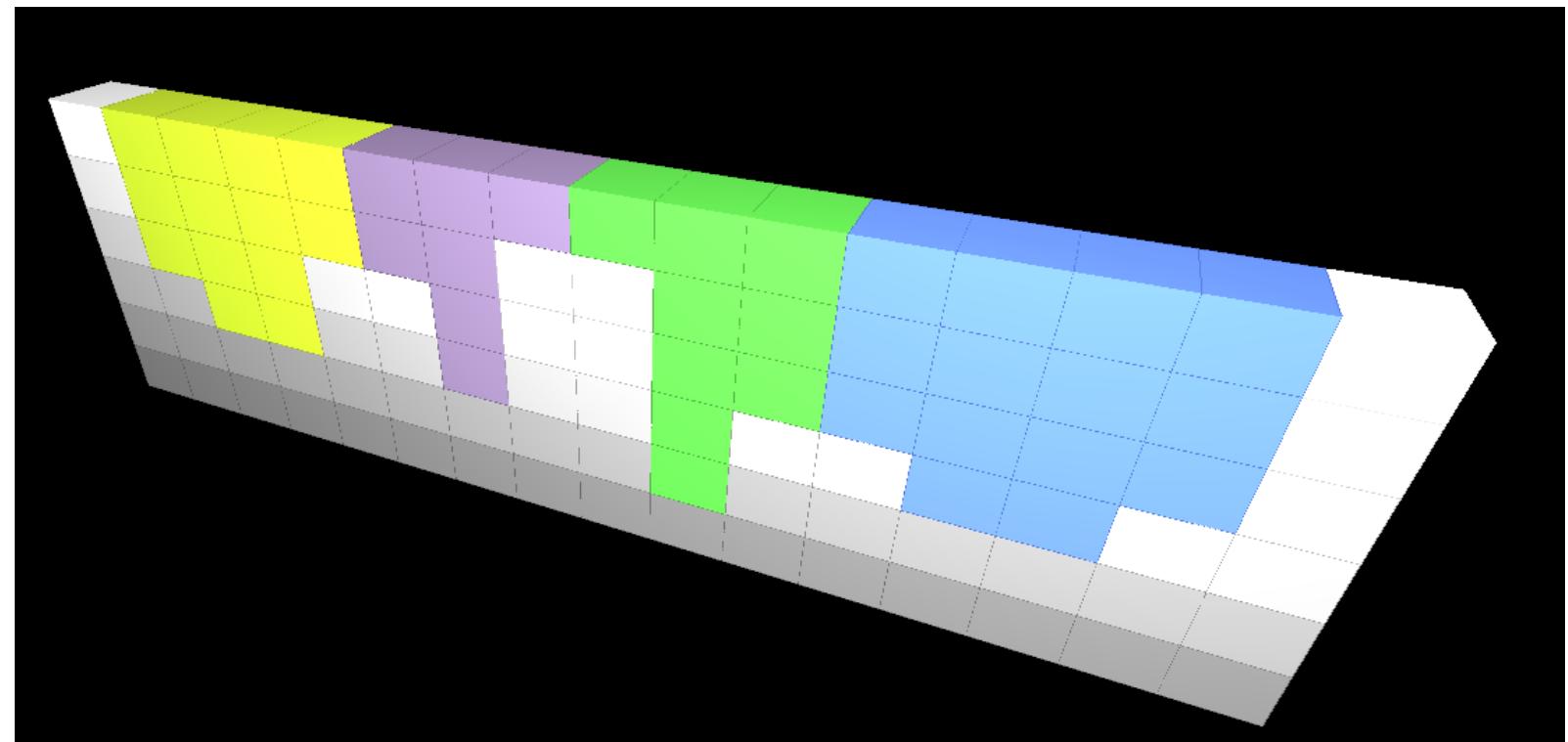
Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

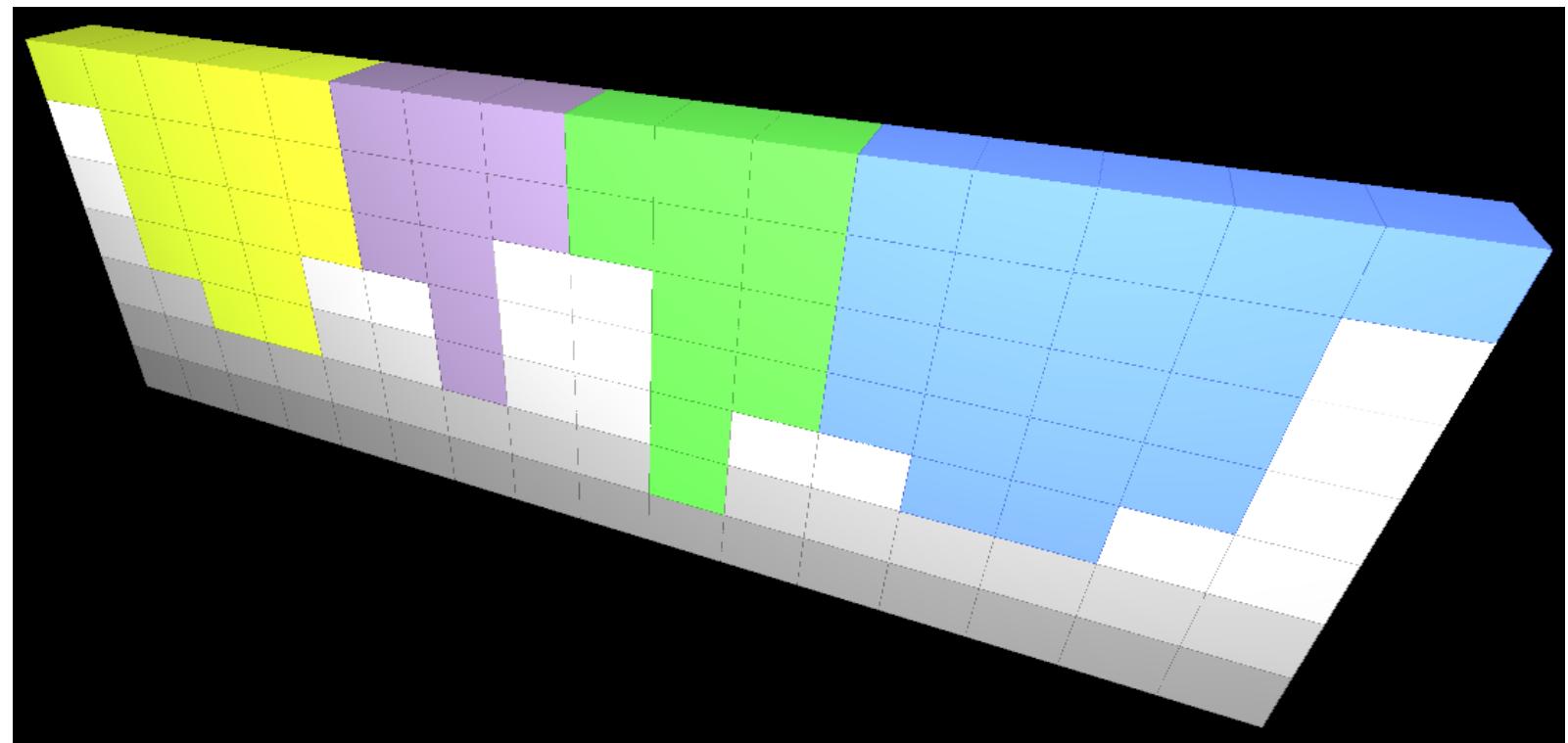
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

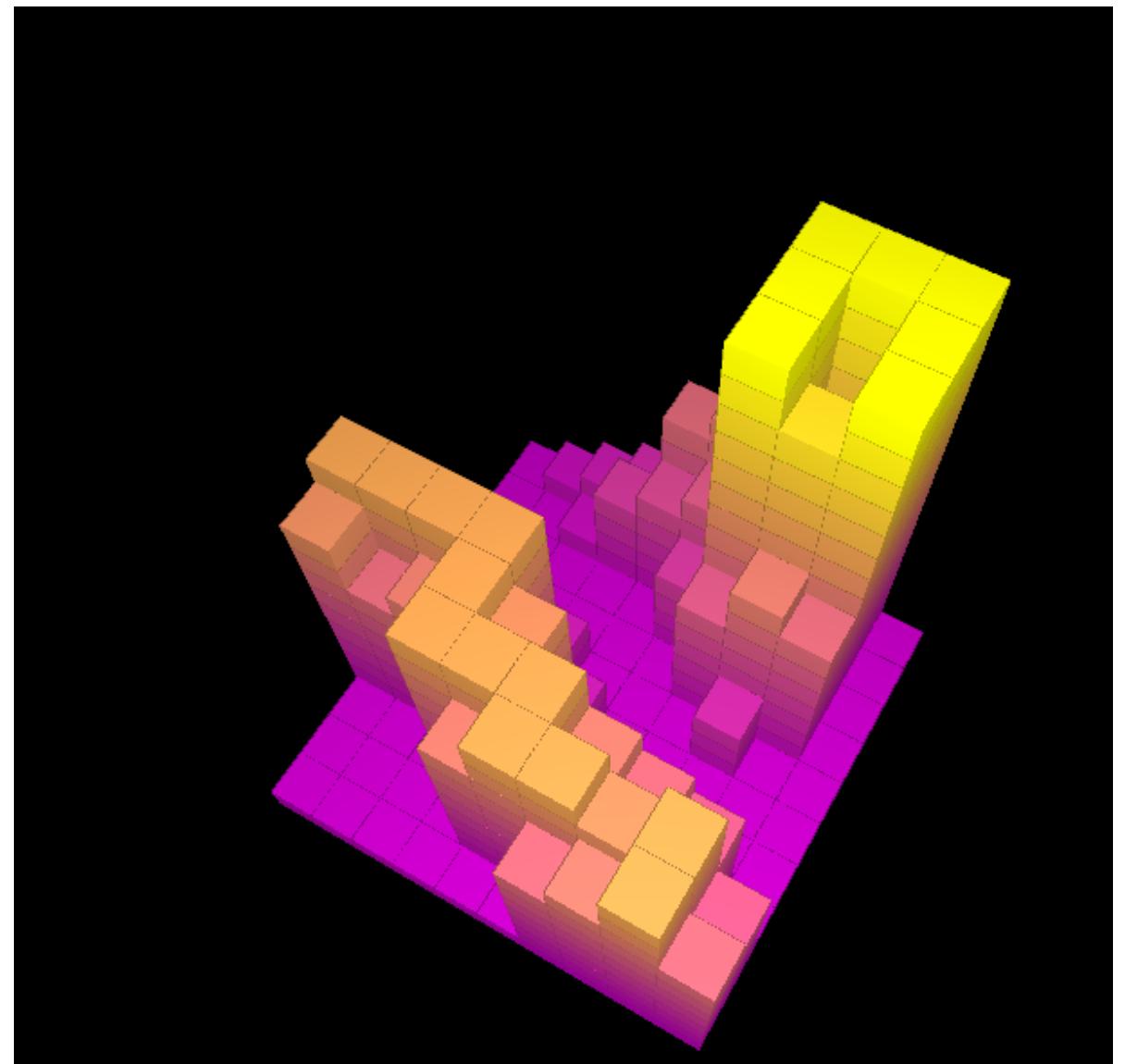
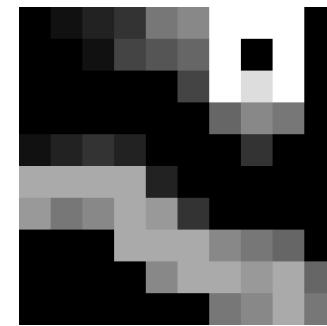
Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

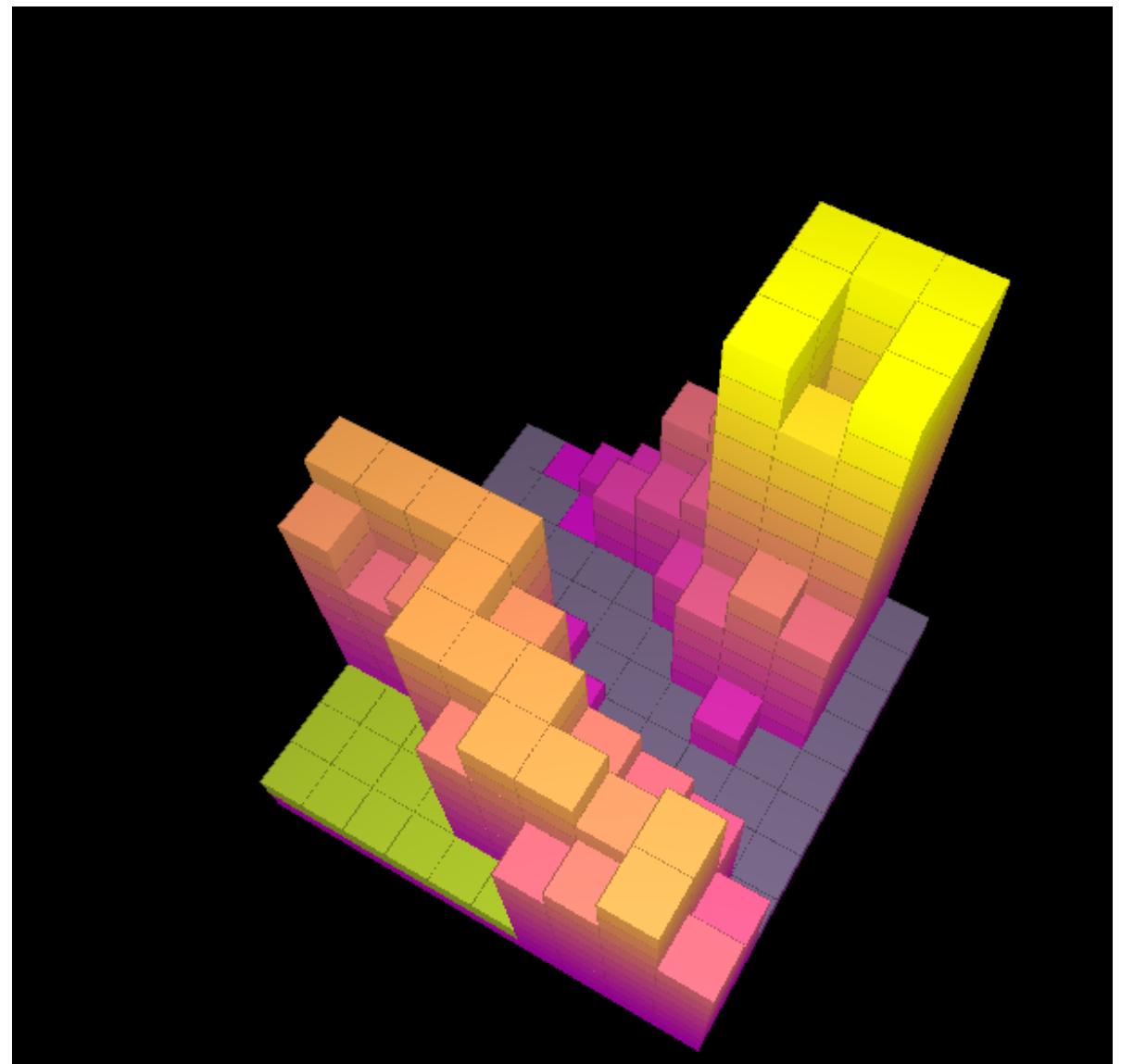
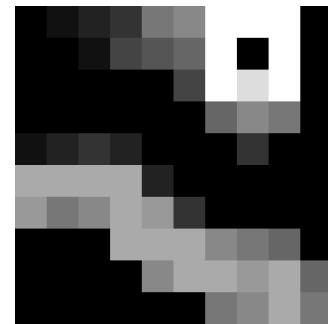
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

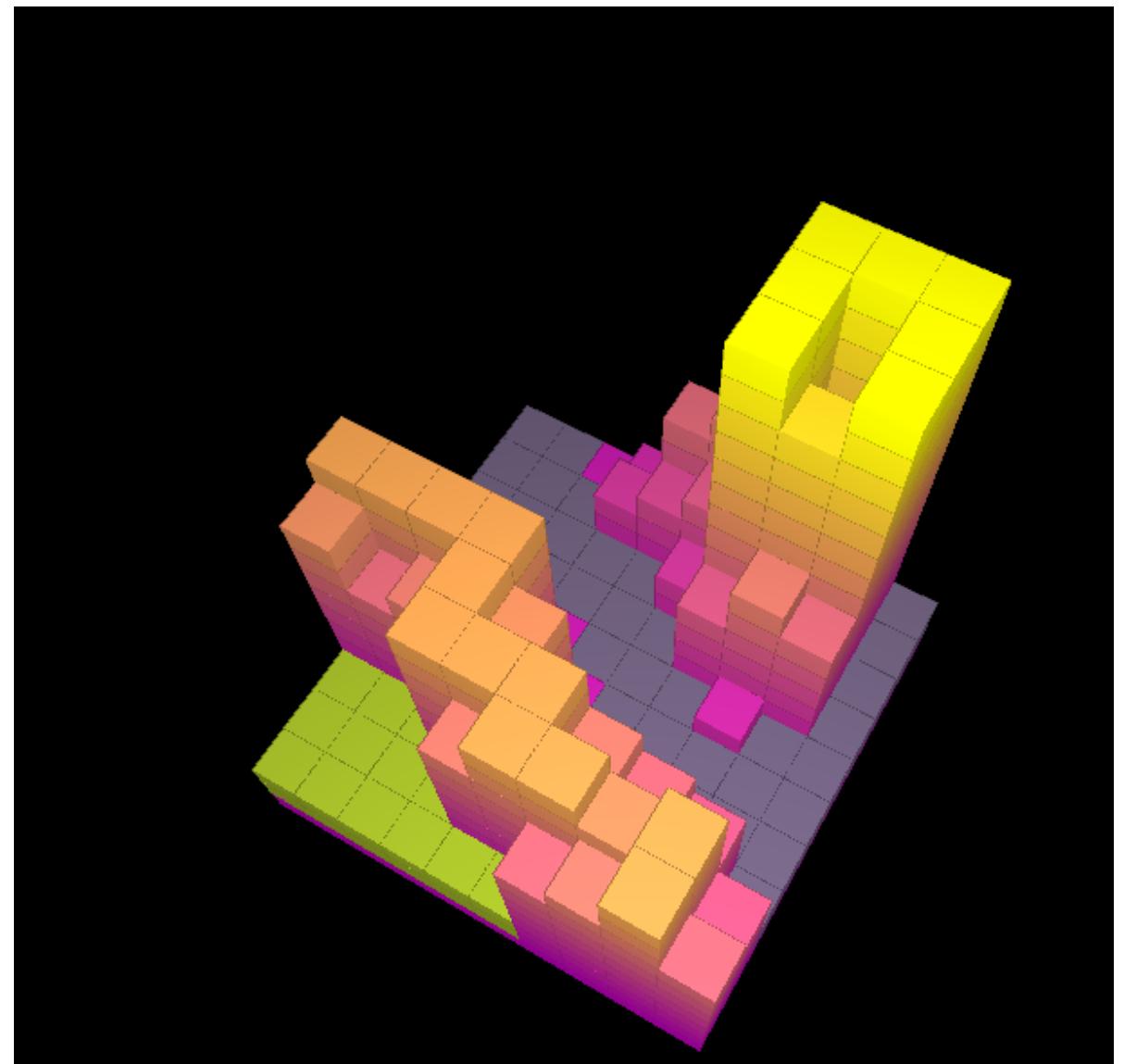
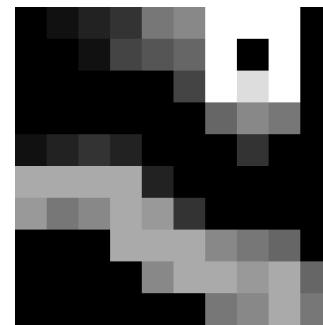
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

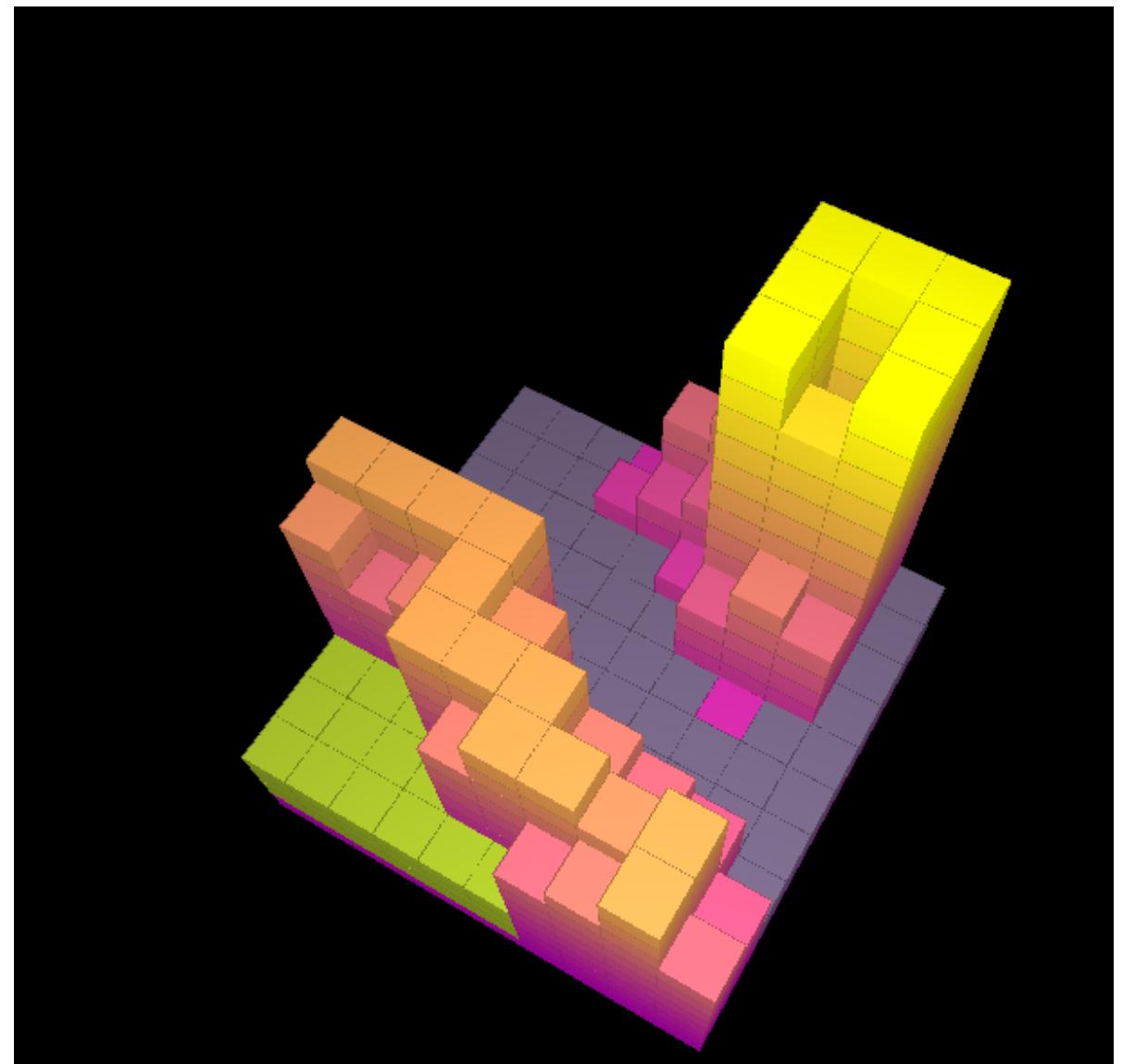
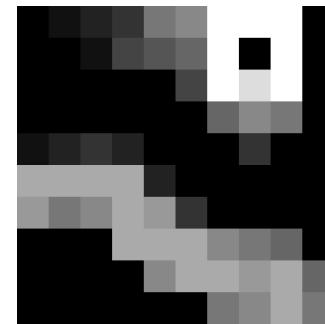
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

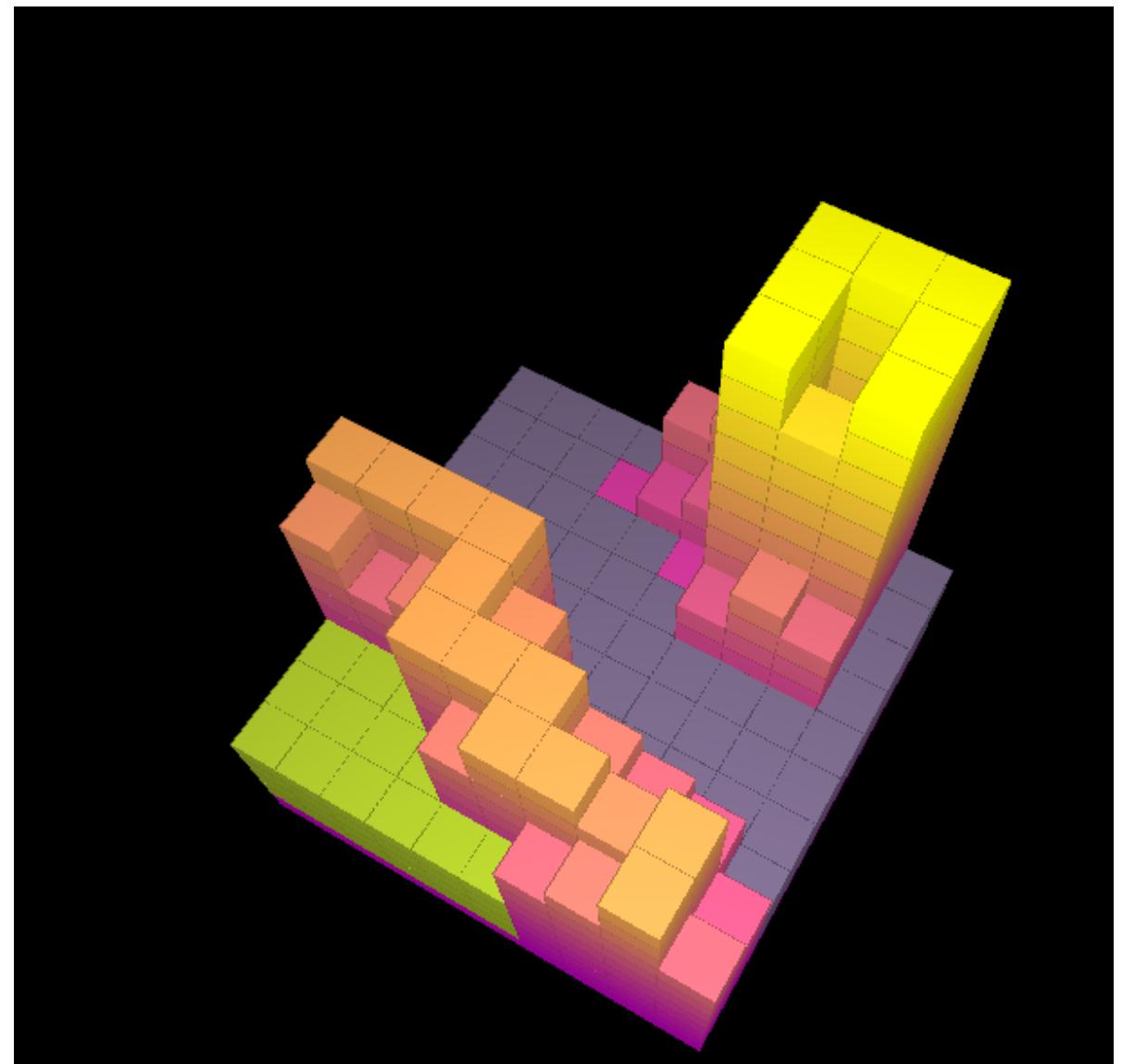
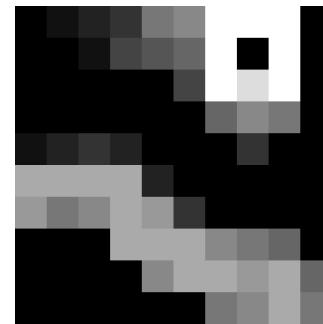
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

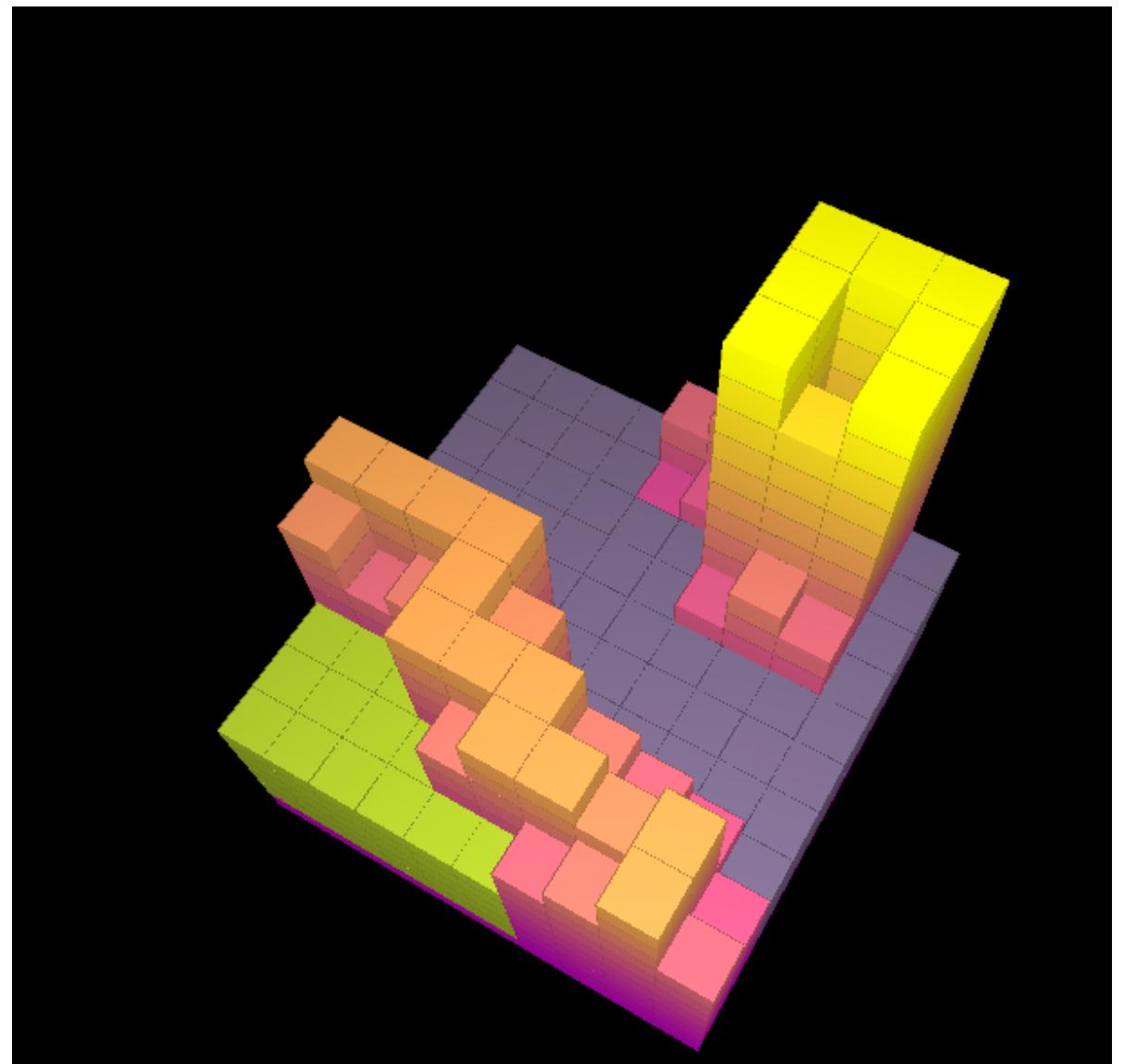
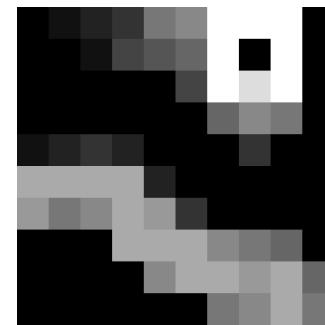
Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

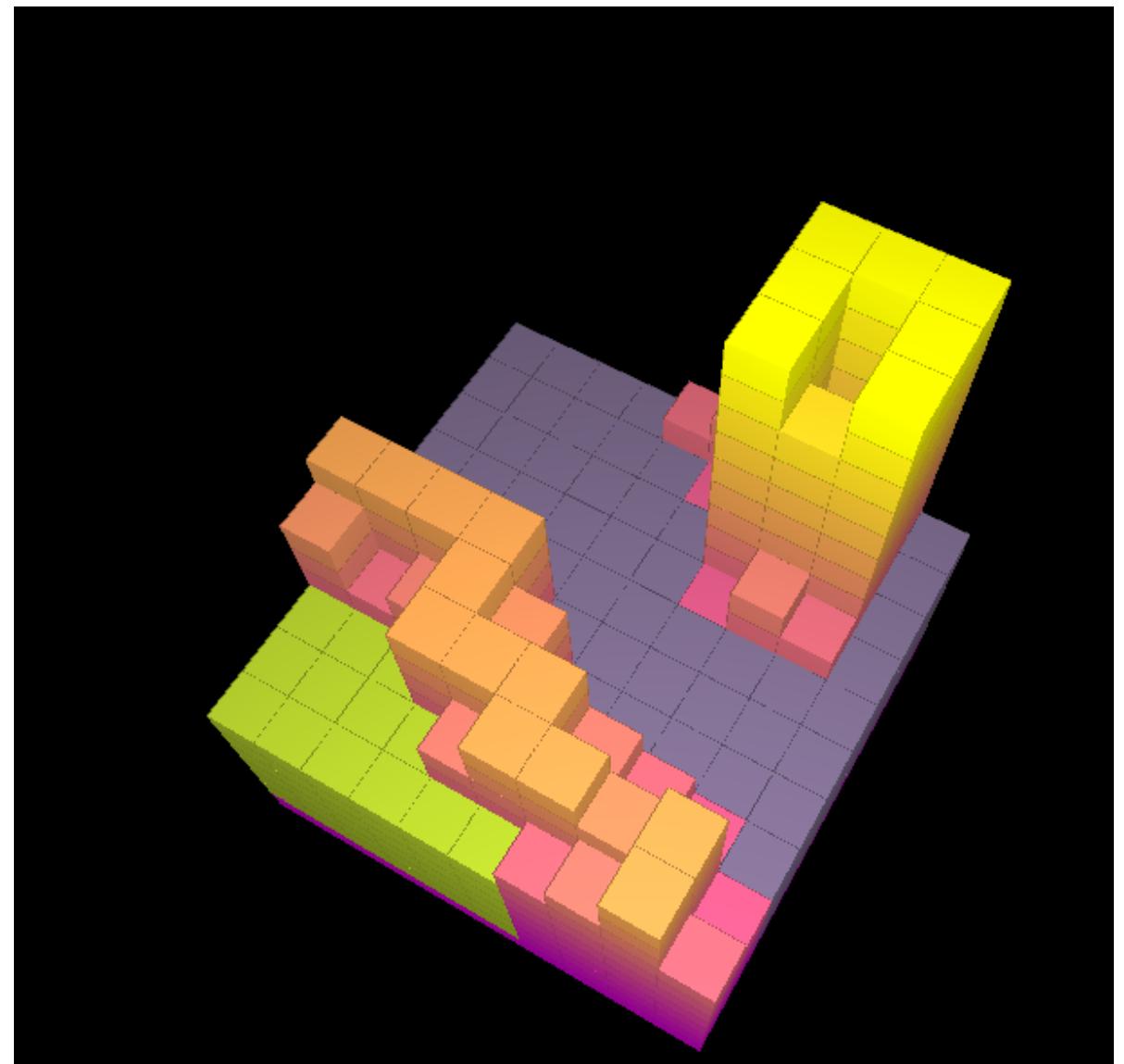
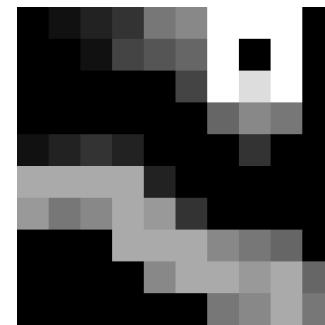
Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

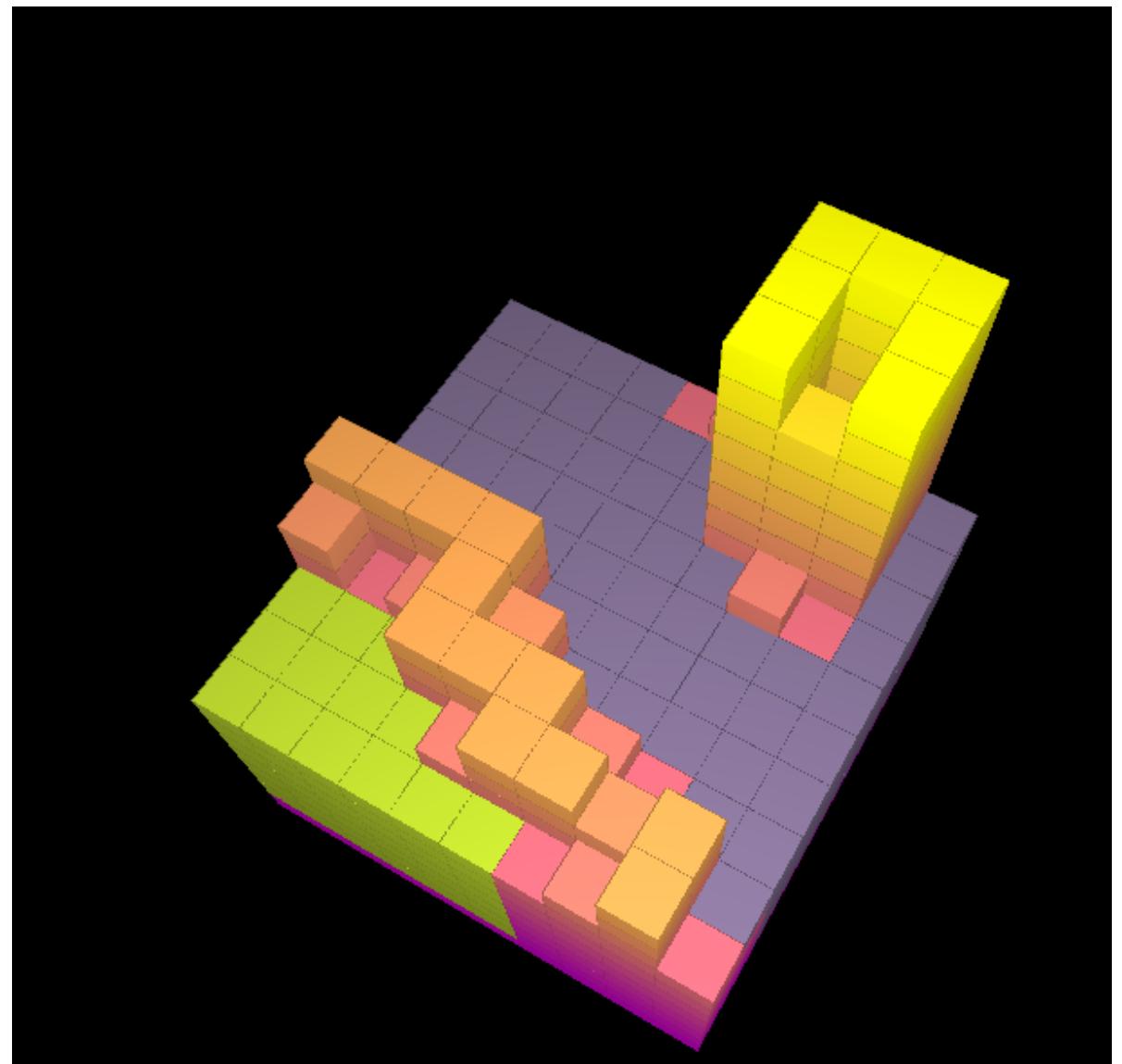
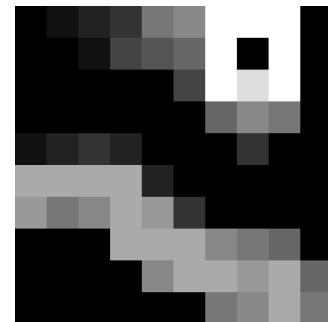
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

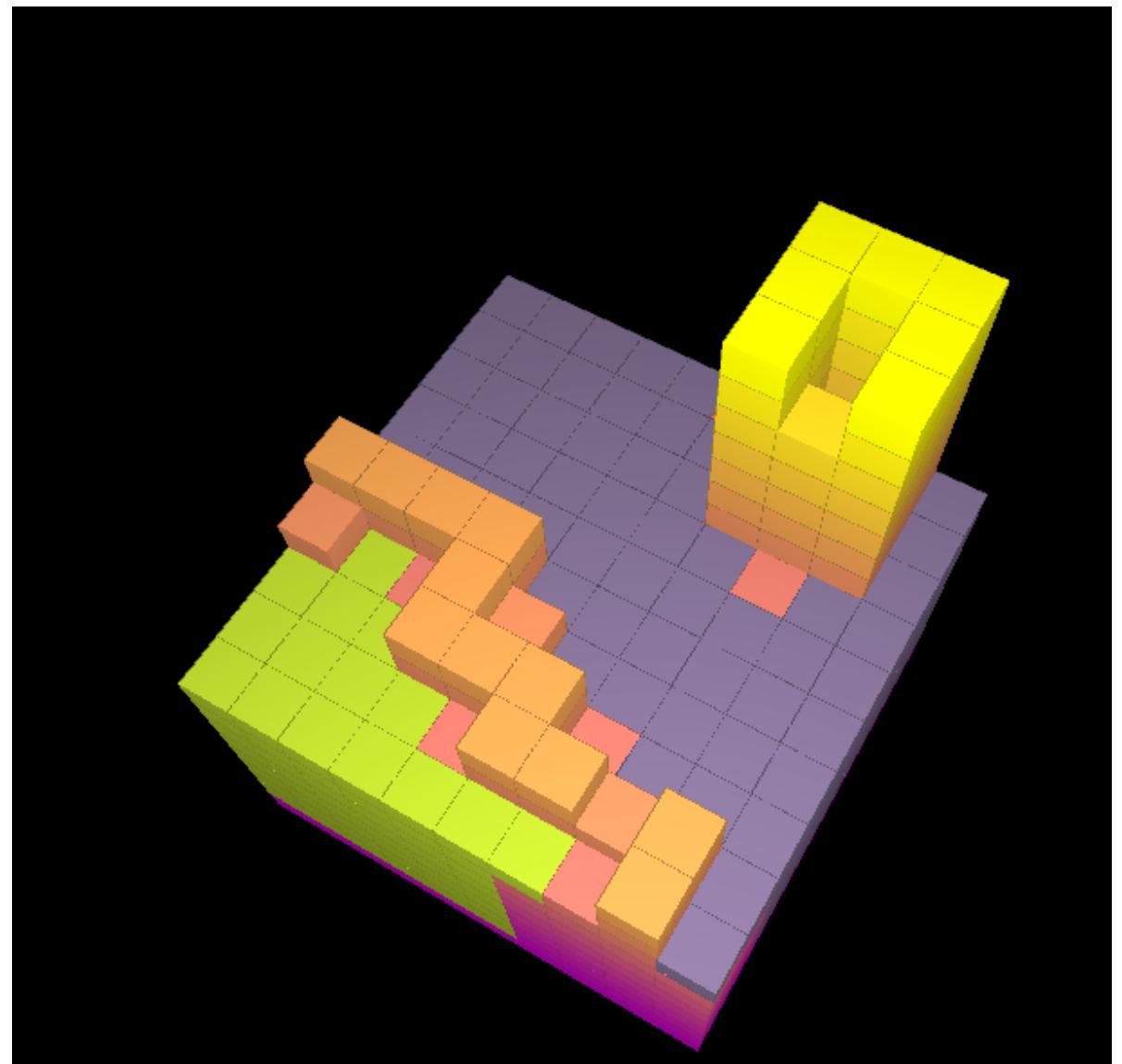
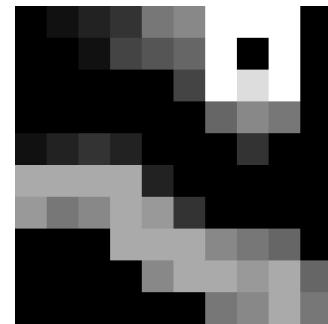
Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

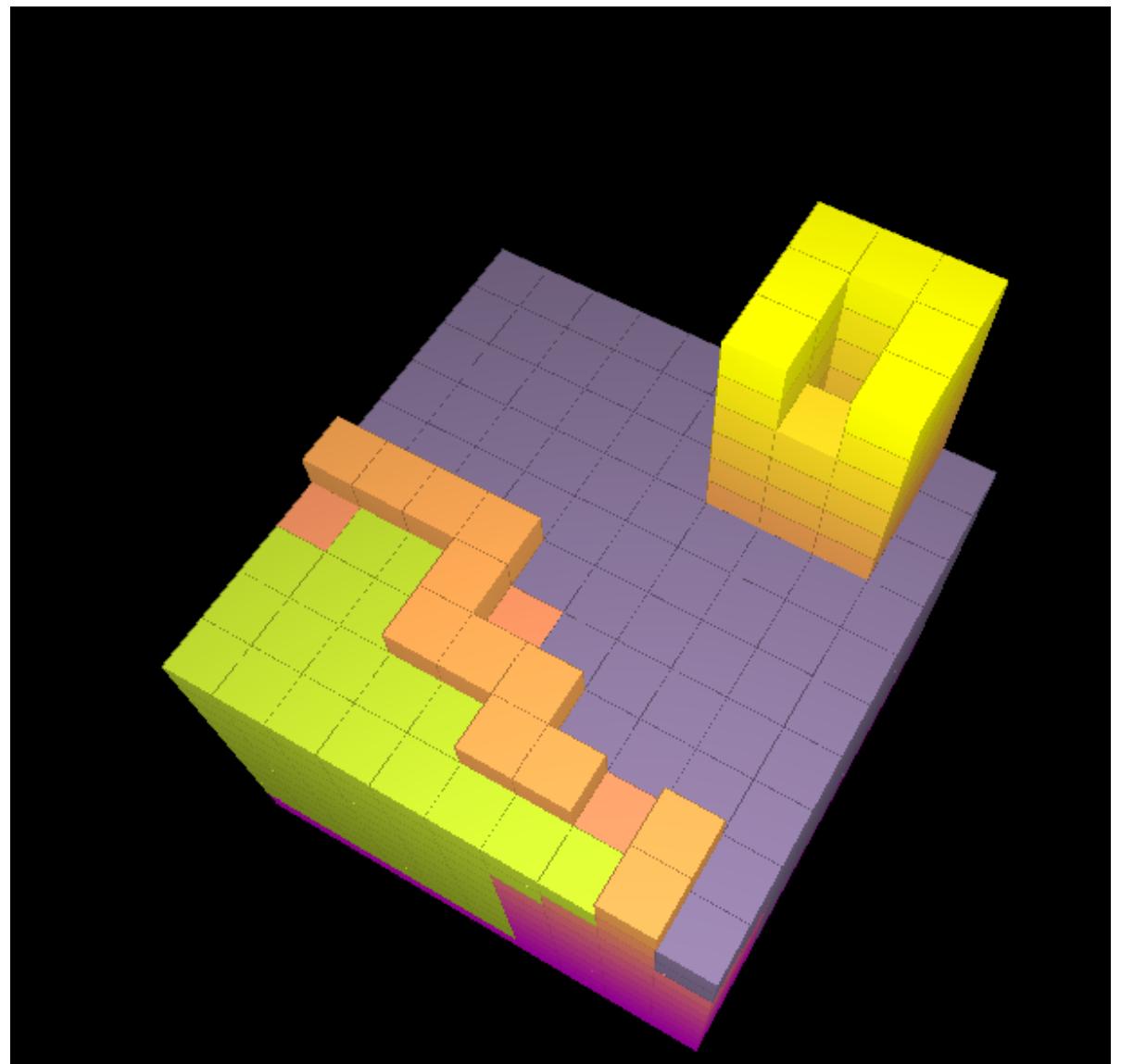
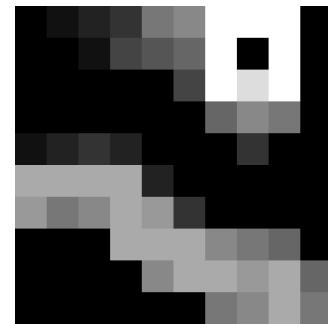
Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

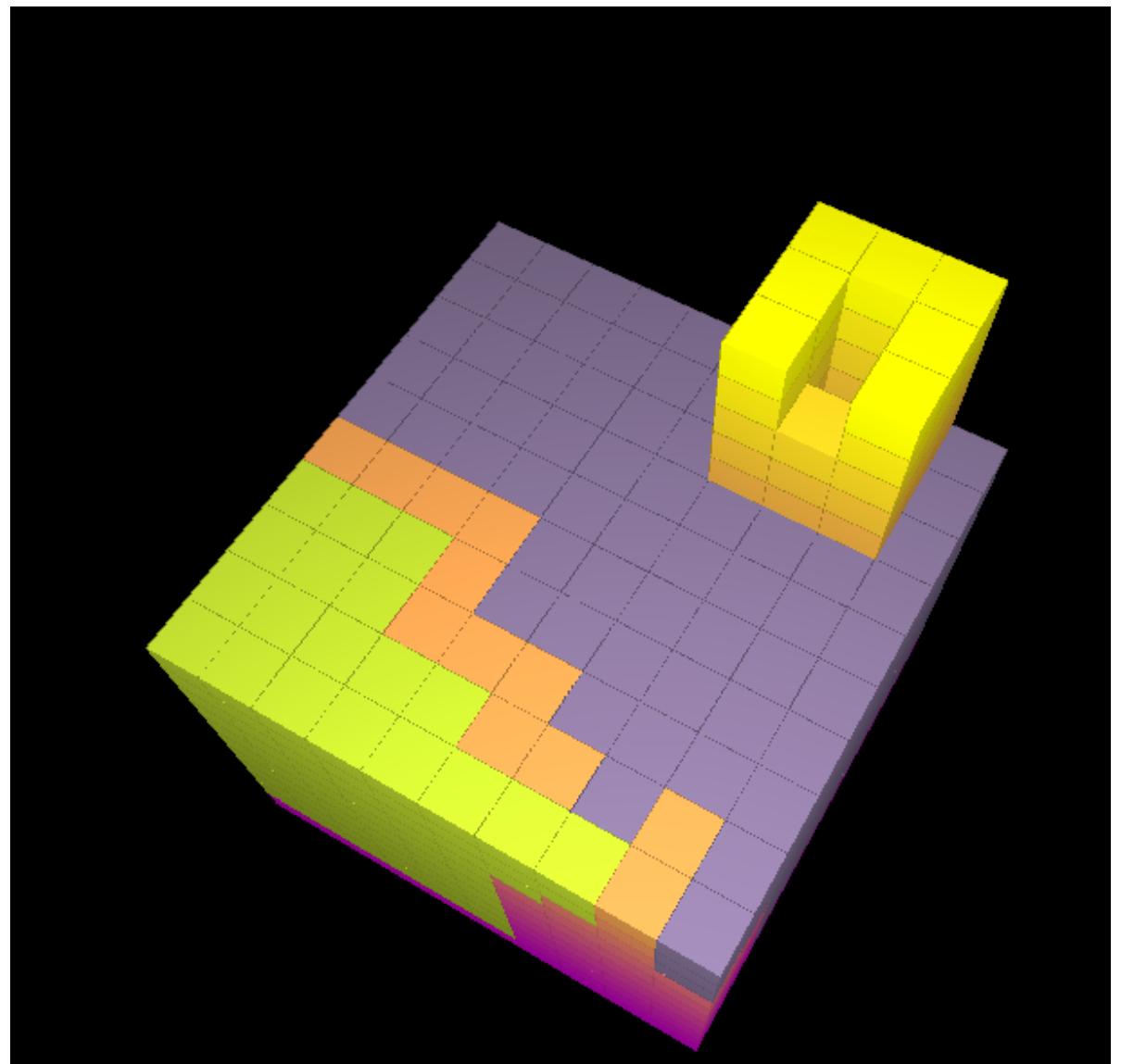
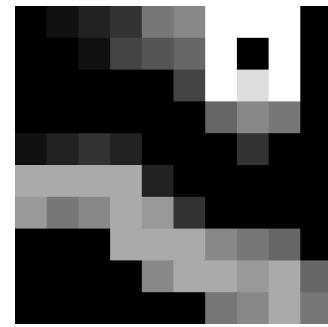
Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

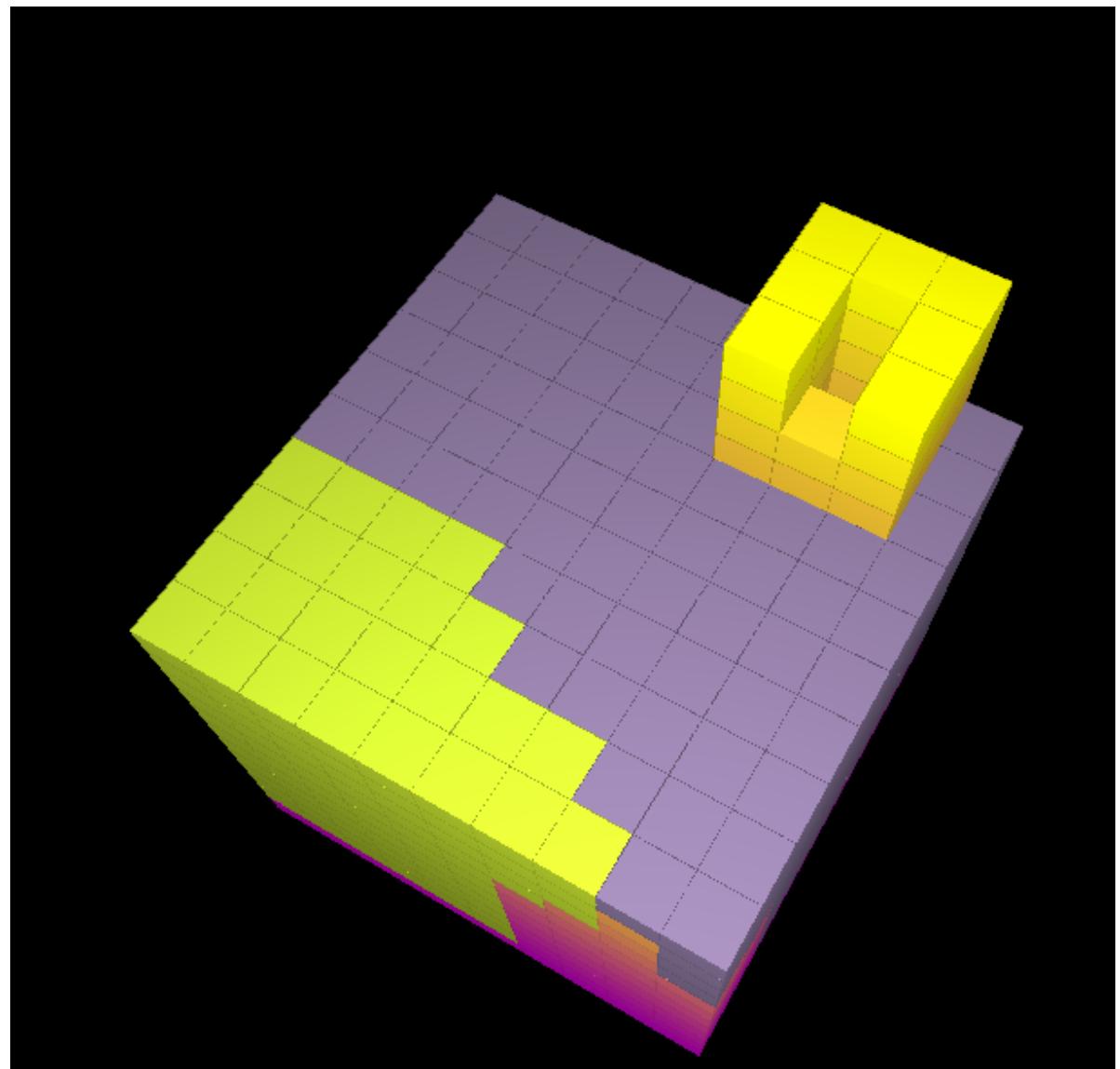
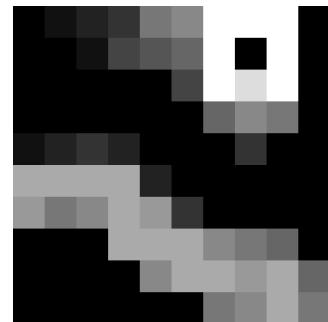
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

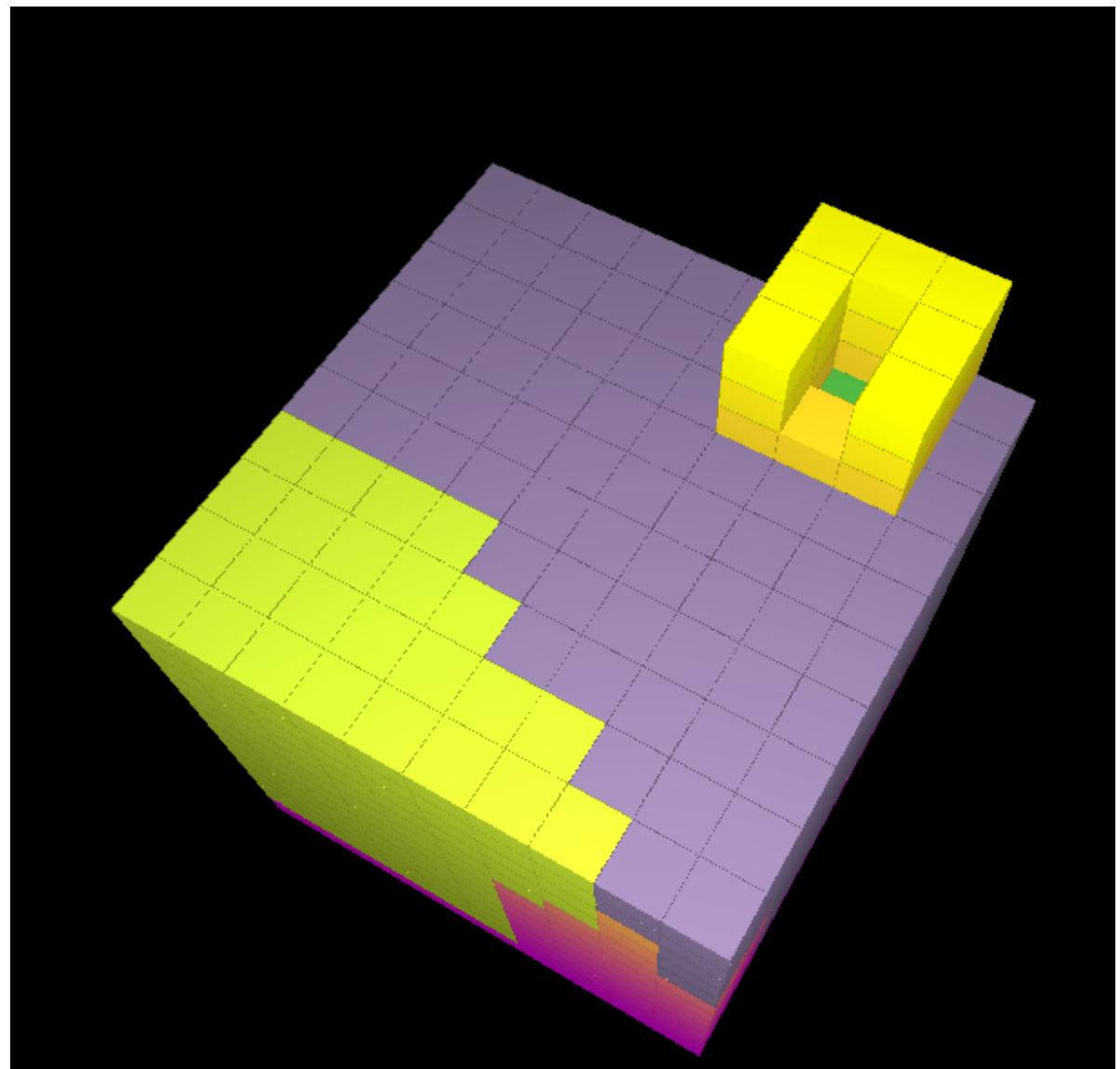
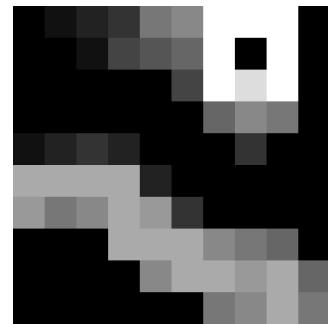
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

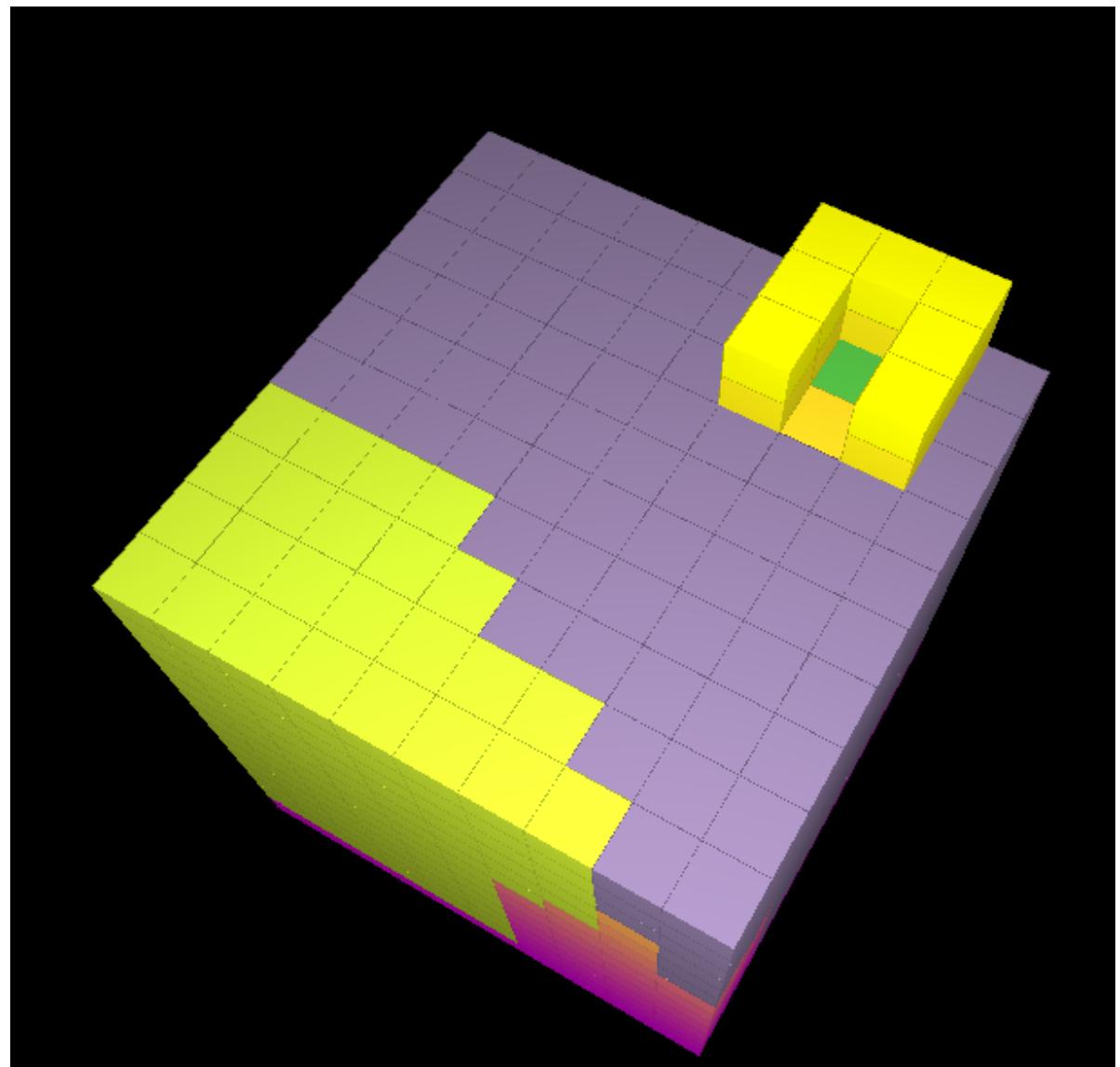
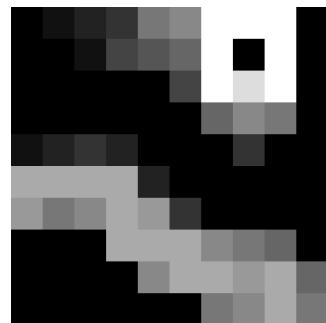
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

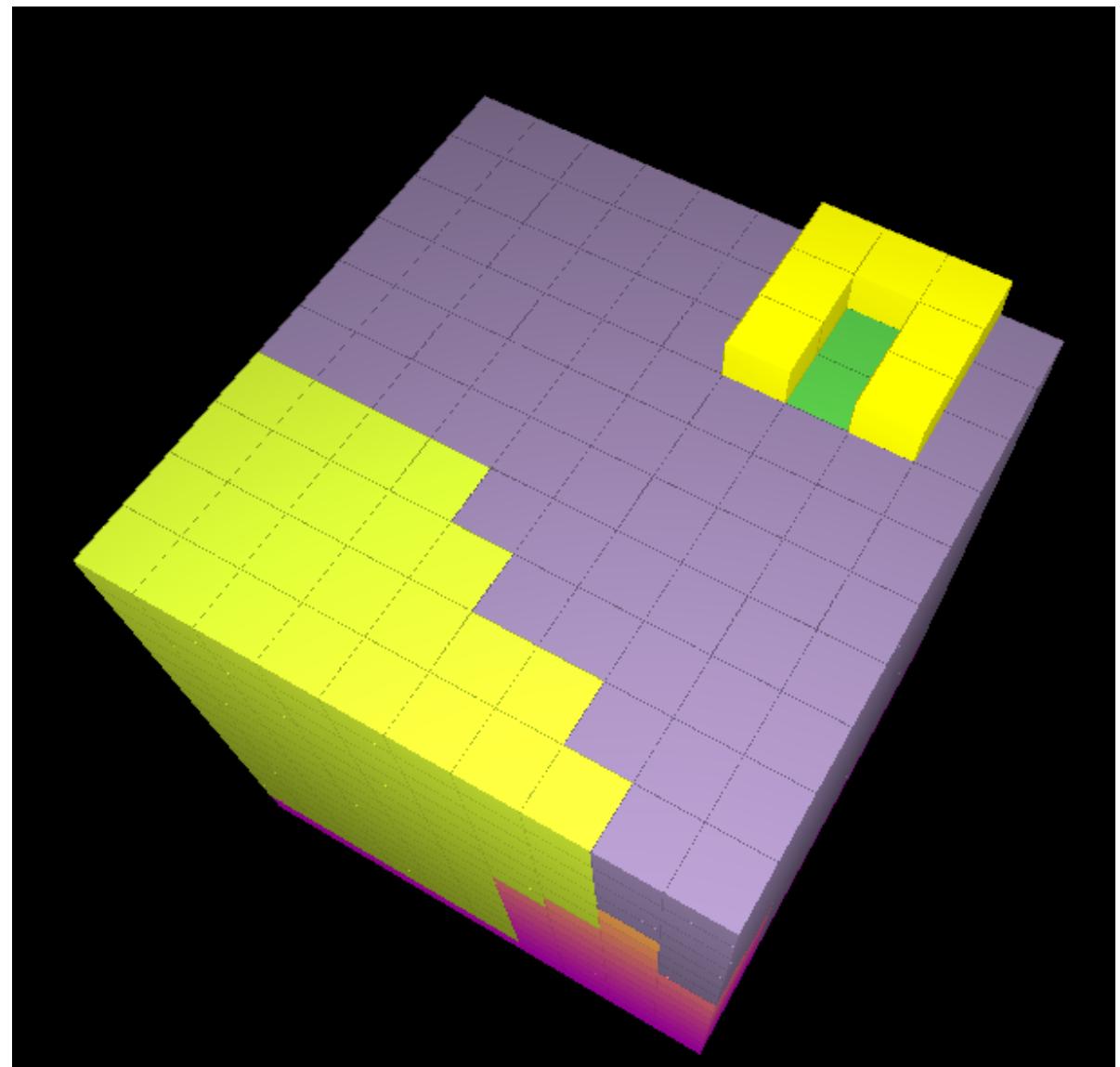
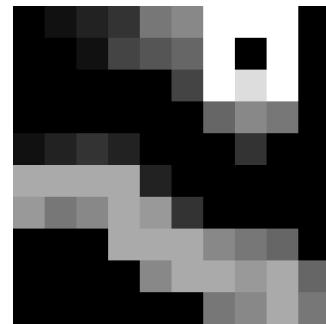
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

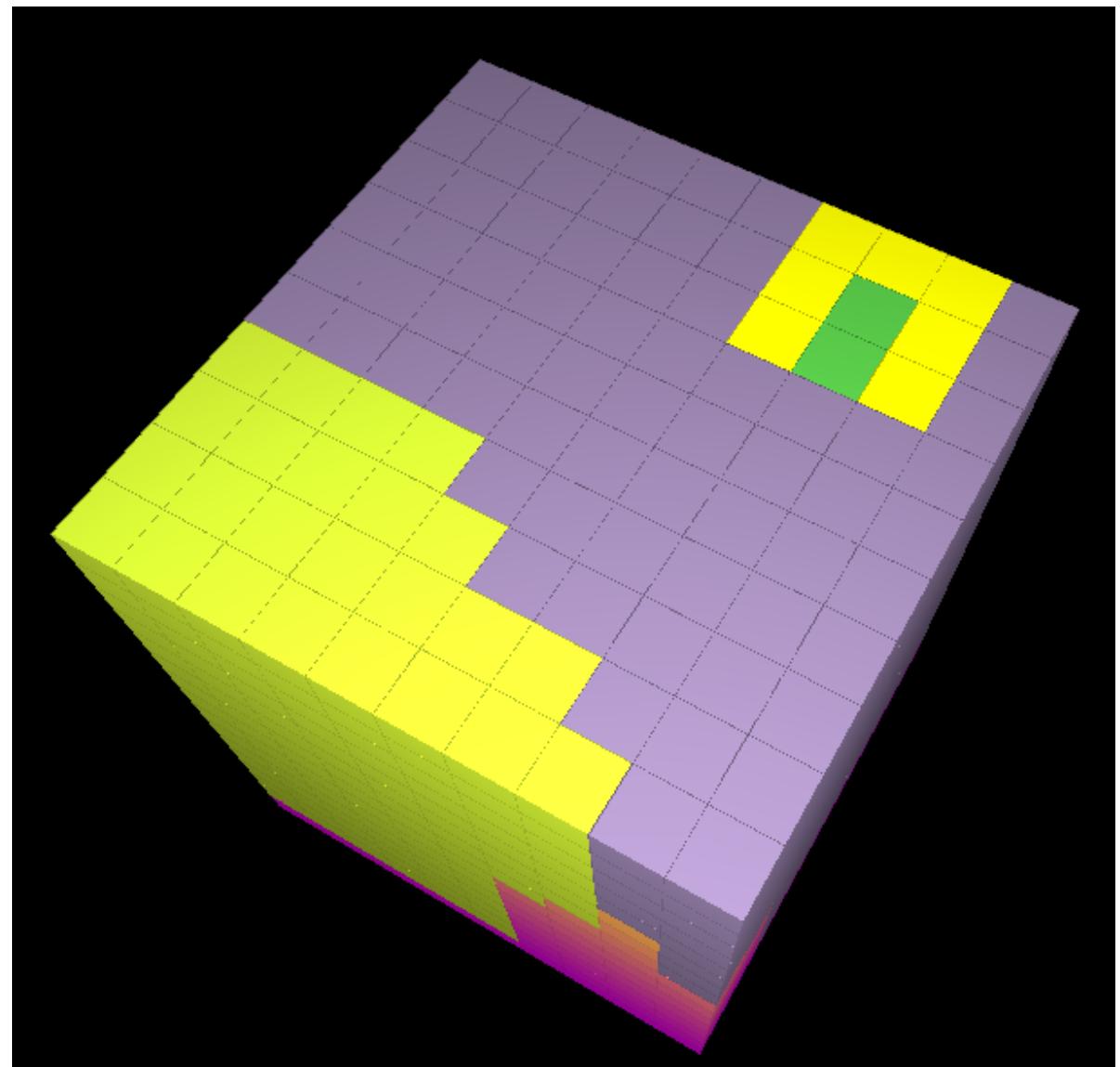
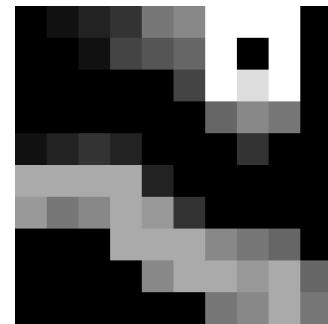
Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura





# Transformada de watershed

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

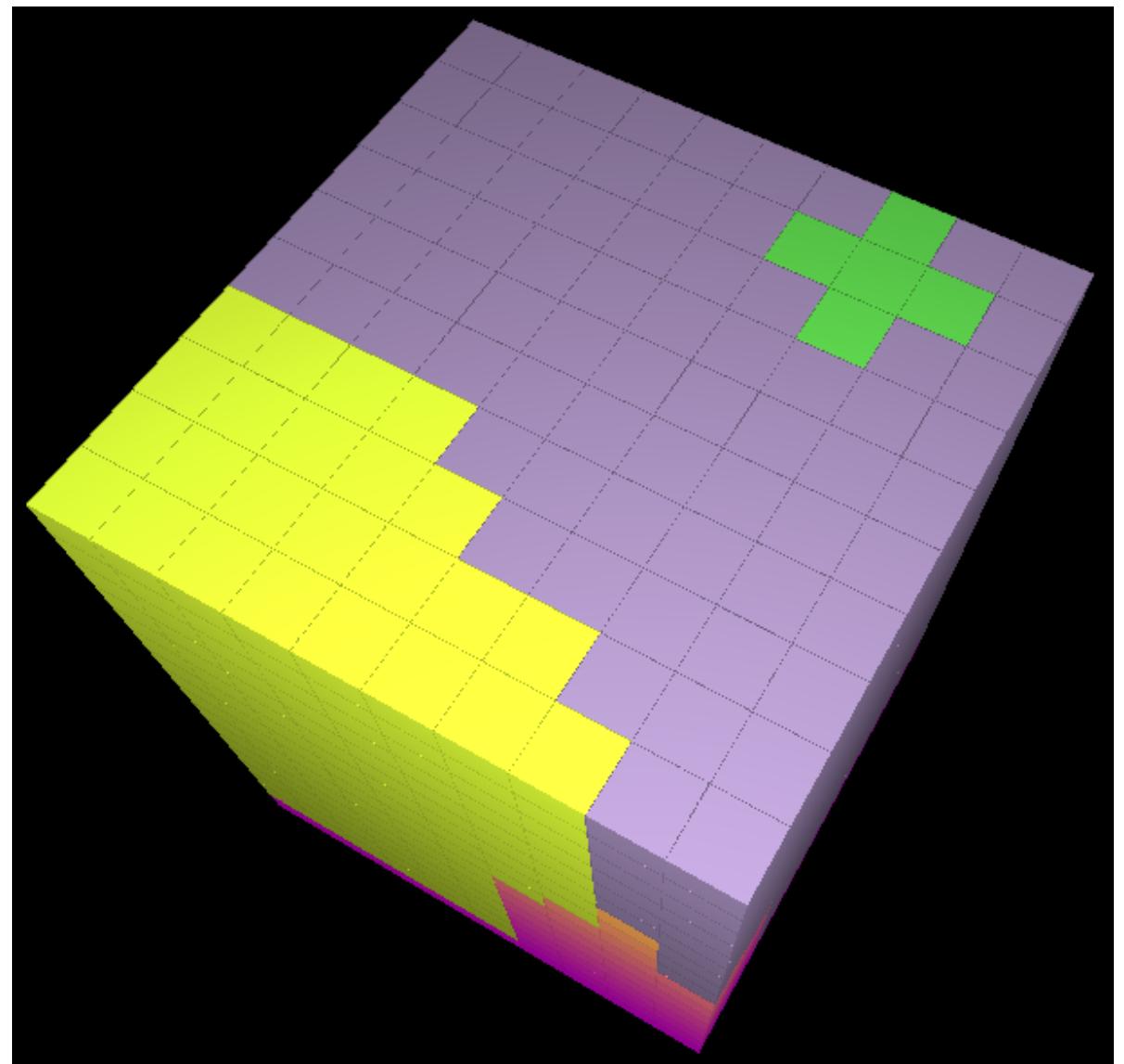
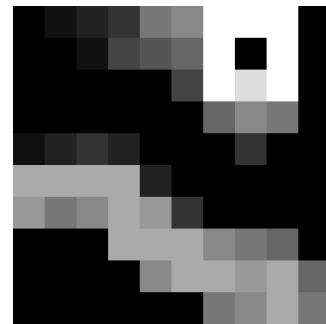
Filtragem de  
h-bacias

Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura





## Transformada de watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

A transformada de watershed pode ser vista como uma IFT com função de custo de caminho:

$$\begin{aligned}f_{peak}(\langle t \rangle) &= H(t) \\f_{peak}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) &= \max\{f_{peak}(\pi_s), I(t)\}\end{aligned}$$

onde  $H(t) < I(t)$  (imposição de marcadores), se  $t \in \mathcal{S}$ , e  $H(t) = +\infty$  no caso contrário.

- As bacias sem sementes se transformam em platôs na imagem  $\hat{V}$  de custos, com valores iguais à altura das águas que as encontram.
- As raízes da floresta serão os pixels sementes, que estarão em mínimos regionais da imagem de custos.



## Transformada de watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

A transformada de watershed pode ser vista como uma IFT com função de custo de caminho:

$$\begin{aligned} f_{peak}(\langle t \rangle) &= H(t) \\ f_{peak}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) &= \max\{f_{peak}(\pi_s), I(t)\} \end{aligned}$$

onde  $H(t) < I(t)$  (imposição de marcadores), se  $t \in \mathcal{S}$ , e  $H(t) = +\infty$  no caso contrário.

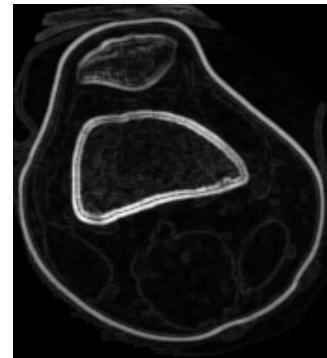
- Note que as linhas de watershed podem ser obtidas da imagem  $\hat{R}$  de raízes (e.g., a linha composta por todos os pixels  $p$  com raiz  $R(p) \neq R(q)$  para algum  $q$  vizinho-4 de  $p$ , gera espessura máxima de 2 pixels).



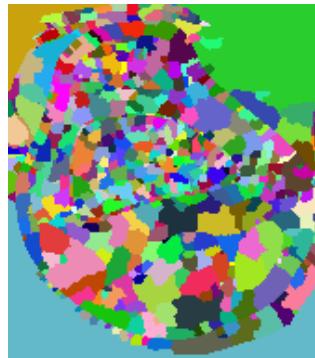
# Transformada de watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo onde as sementes são os mínimos regionais.



$\hat{I}$



$\hat{L}$



linhas de watershed

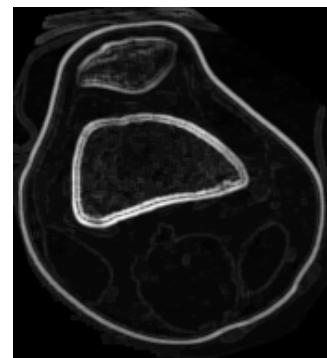
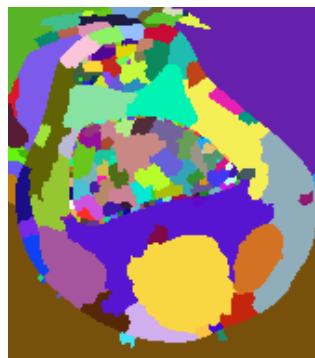


Imagen  $\hat{I}$  filtrada



$\hat{L}$



linhas de watershed



## Transformada de watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
**Transformada de  
watershed**  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Os mínimos podem ser obtidos via IFT com função  $f_{ini}$ :

$$f_{ini}(\langle t \rangle) = I(t), \text{ para todo } t \in \mathcal{D}_I,$$
$$f_{ini}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \begin{cases} f_{ini}(\pi_s), & \text{se } I(s) \leq I(t), \\ +\infty, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- Com a política FIFO, uma imagem binária dos mínimos regionais pode ser gerada associando 1 a pixels raízes e 0 aos demais.
- Com a política LIFO, vamos obter exatamente um pixel por mínimo regional.



## Reconstrução superior e Watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Vamos apresentar um algoritmo de IFT com política FIFO que calcula a reconstrução superior em  $V$ , e associa em  $L$  um rótulo distinto para cada mínimo de  $V$ :

$$f_{rs ws}(\langle t \rangle) = \begin{cases} J(t), & \text{se } t \in \mathcal{R}, \\ J(t) + 1, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$f_{rs ws}(\pi_s \cdot \langle s, t \rangle) = \max\{f_{rs ws}(\pi_s), I(t)\},$$

onde  $J(t) \geq I(t)$ , e  $\mathcal{R}$  é o conjunto de raízes da floresta, que é descoberto durante o algoritmo da seguinte forma: se  $P(s) = \text{nil}$  quando  $s$  é removido de  $Q$ , então  $s$  é raiz da floresta. Quando as raízes  $s$  são encontradas, nós baixamos o valor delas  $V(s)$  para  $J(s)$ .



# Reconstrução superior e Watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

## Algoritmo 1 — ALGORITMO DE RECONSTRUÇÃO SUPERIOR COM WATERSHED

ENTRADA: Imagens  $\hat{I} = (\mathcal{D}_I, I)$ ,  $\hat{J} = (\mathcal{D}_I, J)$ , com  $J(q) \geq I(q)$  para  $\forall q \in \mathcal{D}_I$ , e adjacência  $\mathcal{A}$ .

SAÍDA: Reconstrução superior  $\hat{V} = (\mathcal{D}_I, V)$  e rótulo por watershed  $\hat{L} = (\mathcal{D}_I, L)$ .

AUXILIARES: Fila de prioridade  $Q$ , predecessores  $\hat{P} = (\mathcal{D}_I, P)$ , variáveis  $tmp$  e  $l = 1$ , e vetor de *estado* inicialmente zerado.

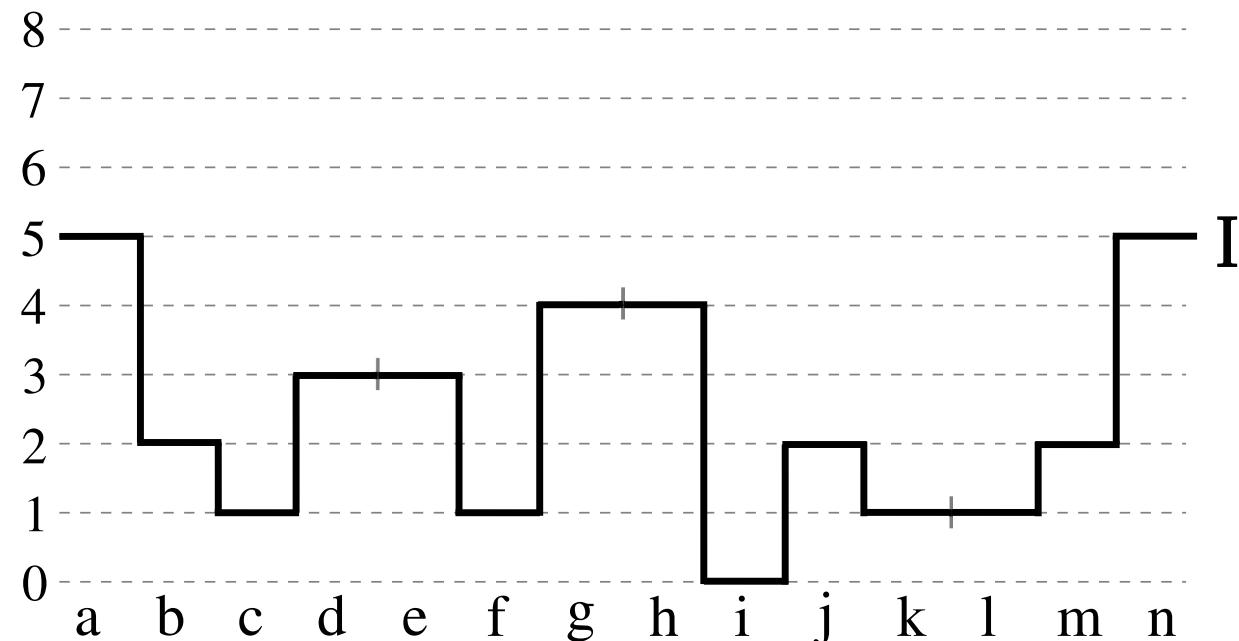
1. Para Cada  $t \in \mathcal{D}_I$ , Faça  $P(t) \leftarrow nil$  e  $V(t) \leftarrow J(t) + 1$ . Se  $V(t) \neq +\infty$ , Então insira  $t$  em  $Q$ .
2. Enquanto  $Q \neq \emptyset$ , Faça
3.     Remova um pixel  $s$  de  $Q$  cujo valor  $V(s)$  seja minimo, e faça  $estado(s) \leftarrow 1$ .
4.     Se  $P(s) = nil$ , Então
5.          $V(s) \leftarrow J(s)$ ,  $L(s) \leftarrow l$ , e  $l = l + 1$ .
6.     Para Cada  $t \in \mathcal{A}(s)$ , tal que  $estado(t) = 0$ , Faça
7.          $tmp \leftarrow \max\{V(s), I(t)\}$ .
8.         Se  $tmp < V(t)$ , Então
9.             Se  $V(t) \neq +\infty$ , Então remova  $t$  de  $Q$ .
10.           $P(t) \leftarrow s$ ,  $V(t) \leftarrow tmp$ ,  $L(t) \leftarrow L(s)$  e insira  $t$  em  $Q$ .



## Reconstrução superior e Watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $J(t) = I(t) + 1$  (filtragem de h-bacias com  $h = 1$ ):

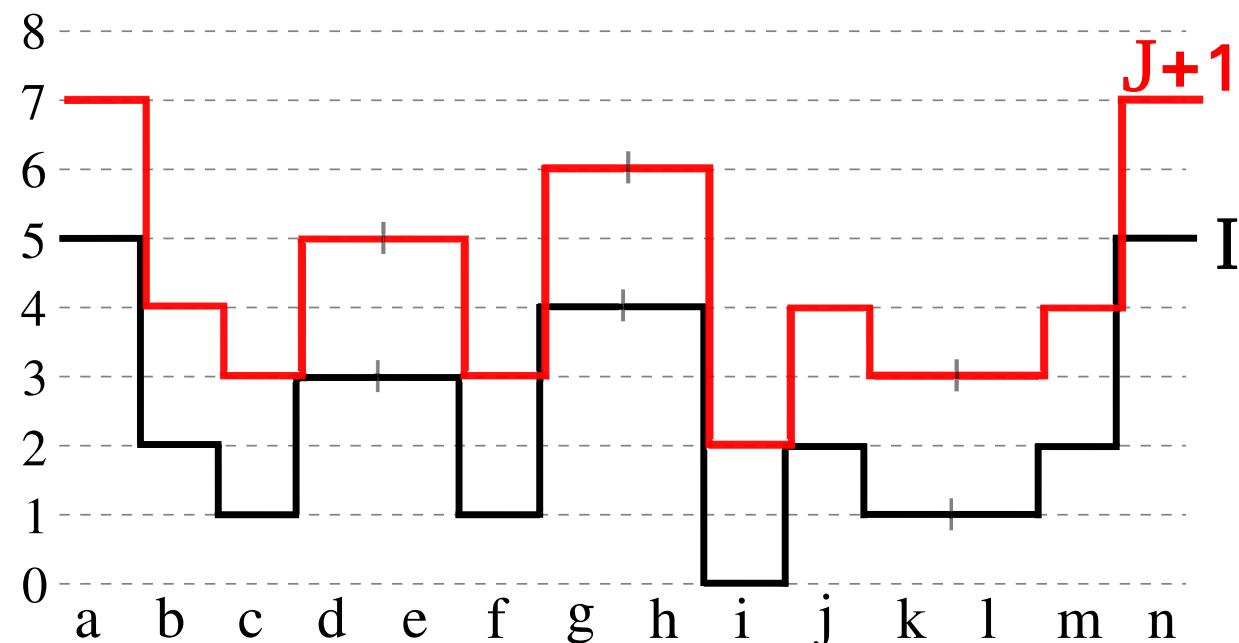




## Reconstrução superior e Watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $J(t) = I(t) + 1$  (filtragem de h-bacias com  $h = 1$ ):



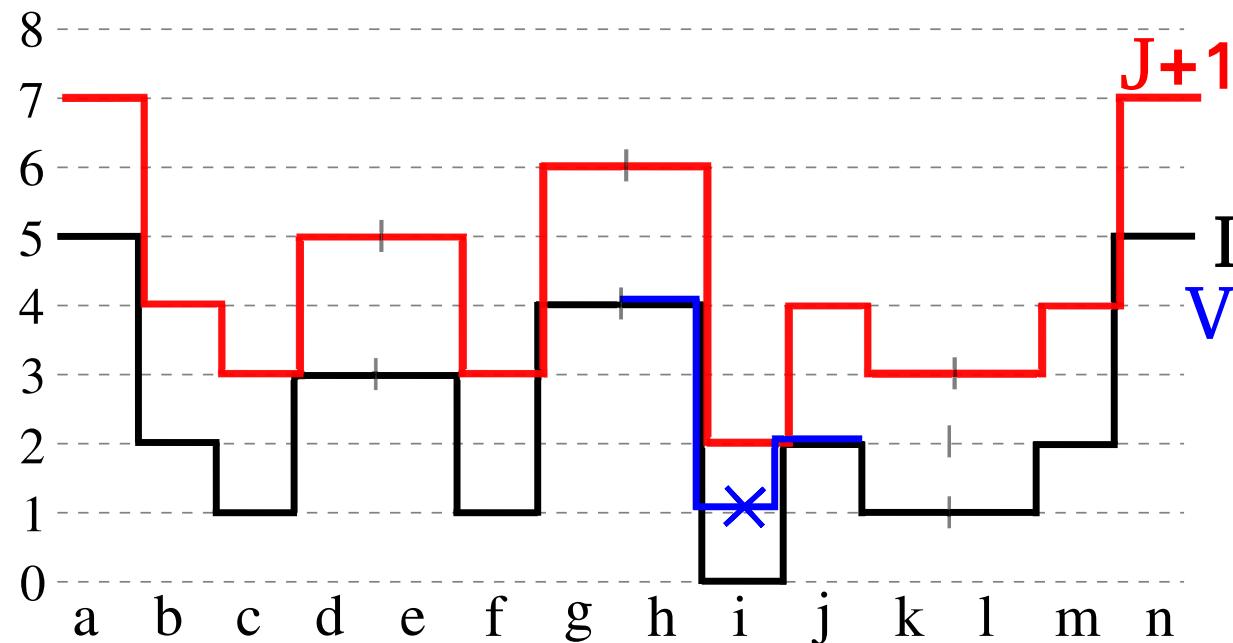
Os caminhos triviais iniciam com custo  $J+1$ .



## Reconstrução superior e Watershed

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed  
Artigo para leitura

Exemplo para  $J(t) = I(t) + 1$  (filtragem de h-bacias com  $h = 1$ ):



O pixel  $i$  é removido de  $Q$  e se torna raiz da floresta, logo baixamos o valor de  $V(i)$  para  $J(i)$ . Os custos dos caminhos  $f_{rsws}(\langle i, j \rangle) = 2$  e  $f_{rsws}(\langle i, h \rangle) = 4$  são melhores do que os dos caminhos triviais  $f_{rsws}(\langle j \rangle) = 4$  e  $f_{rsws}(\langle h \rangle) = 6$ , respectivamente.



## Reconstrução superior e Watershed

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

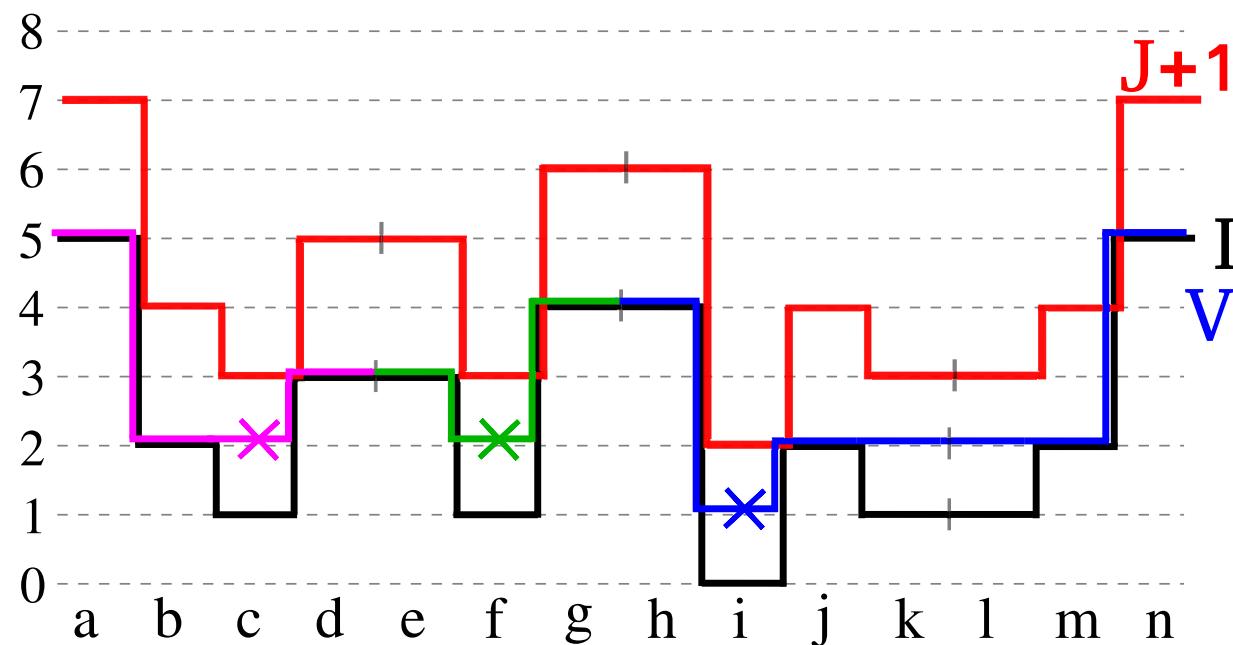
Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

Exemplo para  $J(t) = I(t) + 1$  (filtragem de h-bacias com  $h = 1$ ):



As três bacias da imagem filtrada de custos são rotuladas com diferentes rótulos (cores), gerando uma partição da imagem.



## Reconstrução superior e Watershed

Operador conexo

Filtragem Conexa

Filtragem por  
reconstrução  
morfológica

Reconstrução  
superior

Filtragem de  
h-bacias

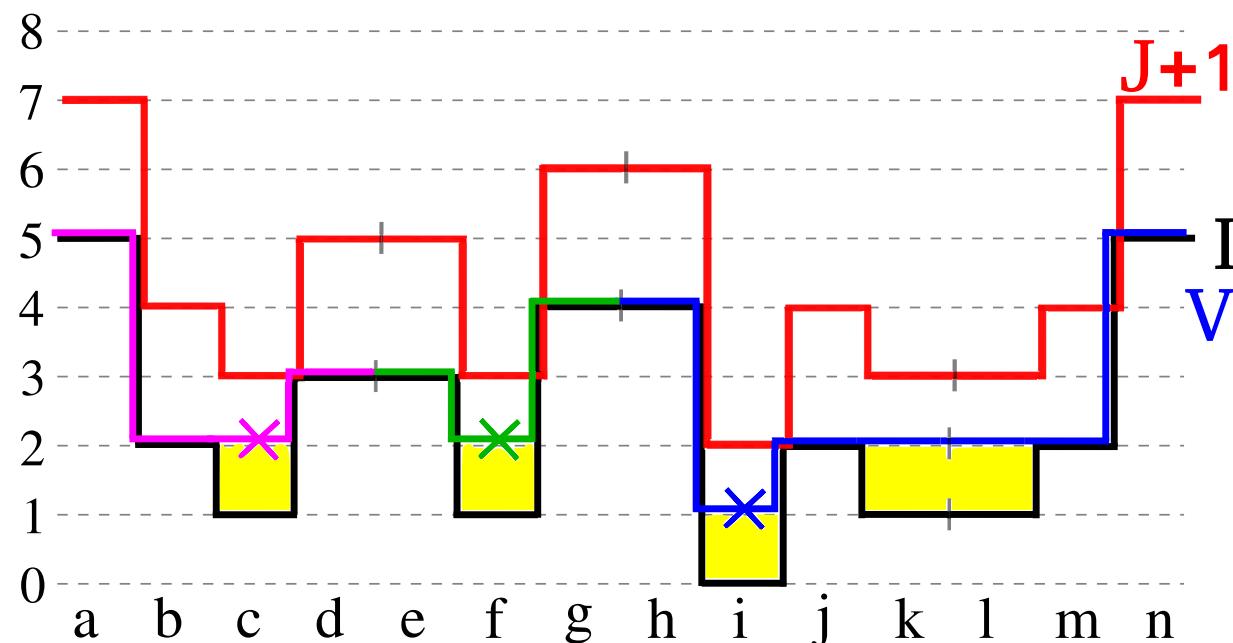
Fechamento por  
reconstrução

Transformada de  
watershed

Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

Exemplo para  $J(t) = I(t) + 1$  (filtragem de h-bacias com  $h = 1$ ):



O mínimo regional  $\{k, l\}$  de  $I$  é eliminado pelo filtro de h-bacias com  $h = 1$ . Consequentemente, não temos raízes da floresta nos pixels  $k$  e  $l$ .



## Artigo para leitura

Operador conexo  
Filtragem Conexa  
Filtragem por  
reconstrução  
morfológica  
Reconstrução  
superior  
Filtragem de  
h-bacias  
Fechamento por  
reconstrução  
Transformada de  
watershed  
Reconstrução  
superior e Watershed

Artigo para leitura

*A.X. Falcão, B. S. da Cunha, and R. A. Lotufo,*  
**Design of connected operators using the image foresting transform,**  
In Proc. of SPIE on Medical Imaging, volume 4322, pages  
468-479. SPIE, 2001.

<http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?articleid=906355>