Capítulo 10

Conclusão Final

Neste capítulo, na Seção 10.1, resumiremos e discutiremos os principais resultados desta tese. Na Seção 10.2, proporemos novos horizontes para a continuidade das pesquisas realizadas nesta tese.

10.1 Conclusões e Contribuições

Nesta seção, resumiremos as principais contribuições desta tese. Com estes resultados, foram acrescentados alguns avanços no estado da arte em MM, no que se refere à transformação de estruturas de decomposição.

O problema geral de mudança da sup-decomposição de um W-operador ψ para outras estruturas de representação de ψ que usam os operadores elementares de forma que o número de operações na MaqM seja mínimo é extremamente difícil e foi pouco explorado até o momento. Na literatura não há muitas referências a respeito deste problema. Apresentamos, neste trabalho, nos Capítulos 8 e 9, alguns resultados que vão na direção melhorar esta perspectiva, abrindo novos caminhos para pesquisas futuras nesta área ainda pouco explorada.

Como o problema geral de se encontrar a melhor representação de um operador, a partir de sua sup-decomposição, é extremamente difícil, muitos pesquisadores restrigiram o estudo desse problema para certas classes de operadores. De fato, existe um número considerável de estudos desse problema para a família das erosões e dilatações. No entanto, os estudos clássicos desse problema, restrito a famílias das erosões e dilatações, fornecem como resultados complexos algoritmos, onde o processo de otimização de uma solução encontrada está subdividido em vários intrincados subcasos. Além disso, as soluções exibidas por estes algoritmos podem ser melhoradas, ou seja, existem decomposições que implementam uma erosão ou uma dilatação de uma forma mais eficiente do que as decomposições geradas por esses algoritmos. Apresentamos, nesta tese, nos Capítulos 4, 5, 6 e 7, alguns resultados que melhoram estes estudos clássicos, introduzindo novos algoritmos mais simples e que geram soluções mais eficientes.

A seguir, nas Subseções de 10.1.1 a 10.1.5, detalhamos esses resutados comentados acima.

10.1.1 Decomposição de Elementos Estruturantes Convexos

Para o caso de EE's convexos, avançamos no estado da arte em MM apresentando um novo algoritmo que usa estratégia gulosa para decompor tais EE's. Os EE's que estão na decomposição gerada pelo algoritmo proposto não são necessariamente convexos. A complexidade desse algoritmo é $O(n^3)$, onde n é o valor máximo entre as coordenadas do vetor retangular do EE convexo de entrada.

Embora a complexidade de tempo do algoritmo do Xu [49] seja $O(n^2)$, todos elementos na decomposição encontrada por este algoritmo são convexos.

Logo, como a complexidade computacional dos algoritmos que implementam erosões e dilatações depende do número de pontos do EE, o algoritmo proposto tem uma vantagem sobre o algoritmo do Xu.

Uma outra qualidade de algoritmo proposto é que seu processo de otimização é muito simples comparado ao algoritmo do Xu.

Finalmente, uma análise teórica (prova de corretude e da complexidade de tempo) do algoritmo proposto foi apresentada.

10.1.2 Decomposição de Elementos Estruturantes Simplesmente Conexos

Para o caso de EE's simplesmente conexos, mostramos que o algoritmo de Park e Chin [35] para decompor tais EE's não decompõe três famílias infinitas de EE's decomponíveis simplesmente conexos. Isto significa que o algoritmo de Park e Chin é limitado no sentido de que ele não é capaz de decompor os EE's dessas famílias.

Teoricamente, o algoritmo de Park e Chin é um algoritmo polinomial, mas a sua implementação não é viável, uma vez que, em um determinado passo do algoritmo deles, é necessário encontrar uma solução inteira de um sistema linear com um número fixo de variáveis. De fato, para cada número inteiro positivo n, existe um algoritmo polinomial para encontrar soluções inteiras de sistemas de inequações lineares com n variáveis [40, p. 256]. No entanto, este resultado é somente teórico, e a implementação desse algoritmo na prática não é viável. No caso geral, resolver sistemas lineares de solução inteira é um problema bastante difícil [40, p. 227].

10.1.3 Decomposição de Elementos Estruturantes Arbitrários

No caso geral, apresentamos um algoritmo que usa um método de "branch and bound", com estratégias de podas baseadas em propriedades geométricas e algébricas, deduzidas formalmente, da soma de Minkowski, para decompor EE's arbitrários. Esse algoritmo pode ser usado como prova automática de que uma erosão (respectivamente, dilatação) tem uma decomposição seqüencial ou não. A prova da existência é construtiva e uma solução ótima é exibida.

O algoritmo proposto não é eficiente para todos os casos, mas generaliza importantes resultados clássicos (Zhuang and Haralick, Xu, Park e Chin). Uma análise teórica do algoritmo, juntamente com alguns resultados experimentais, ilustra estes fatos. Em particular, mostramos que, se o EE de entrada A é convexo, então o algoritmo encontra uma decomposição ótima de A em tempo $O(n^4)$, onde $n = \max\{\rho_0(A), \rho_1(A)\}$.

O algoritmo combinatório apresentado pode ser melhorado se novos limites ou estratégias de podas forem descobertos.

10.1.4 Representação Compacta de W-Operadores

Introduzimos uma nova sup-representação e inf-representação para W-operadores: a representação compacta. A família de sup-geradores (respectivamente, inf-geradores) nesta representação é constituída de composições de sup-geradores da sup-decomposição com dilatações (respectivamente, de composições de inf-geradores da inf-decomposição com erosões).

Uma propriedade importante da representação compacta é que ela pode usar um número menor (ou, no pior caso, o mesmo número) de operadores sup-geradores (respectivamente, inf-geradores) que na sup-decomposição (respectivamente, inf-decomposição). Esta propriedade implica que os operadores são mais eficientes quando implementados na representação compacta.

Apresentamos também uma simplificação da representação compacta para a família de operadores idempotentes em um sentido estrito e anti-extensivos (extensivos). Além disso, a partir desta forma simplificada, obtemos uma realização minimal da representação de Matheron para aberturas e fechamentos IT's. Mostramos também que a sup-decomposição pode ser facilmente transformada para a sup-representação compacta e apresentamos alguns exemplos dessa transformação.

10.1.5 Decomposição Seqüencial de W-Operadores

Estudamos o problema de transformar a sup-decomposição de W-operadores em decomposições seqüenciais mais eficientes (quando elas existem).

Definimos o problema da equação de fatoração de Minkowski e fornecemos limites superiores e inferiores para o espaço de soluções para o caso geral e para o caso de intervalos com extremidades direita fixa.

A teoria apresentada foi implementada e aplicada para construir representações seqüenciais de operadores crescentes para os quais existem decomposições seqüenciais em termos de composições de dilatações e erosões.

10.2 Perspectivas Futuras

Podemos comparar o trabalho de pesquisa com um trilhar por caminhos onde há trechos conhecidos e desconhecidos. O percurso conhecido já foi percorrido e marcado. O trecho desconhecido é vibrante e desafiador.

O percurso do caminho sobre problema geral de mudança da sup-decomposição de um W-operador ψ para outras estruturas de representação de ψ que usam os operadores elementares de forma que o número de operações na MaqM seja mínimo está apenas no início. Com os resultados desta tese, avançamos mais um pequeno, mas considerável, trecho desse caminho. No entanto, ainda falta percorrer um longo caminho para dar respostas definitivas para este problema. O caminho ainda desconhecido aparenta ser bastante promissor, mas cheio de aventuras e desafios.

Apresentamos, a seguir, alguns desafios que podem ser feitos a partir dos resultados desta tese.

O algoritmo DecCon apresentado no Capítulo 5 pode ser simplificado colocando-se na seqüência SeqQ somente os elementos de SeqQ que são subconjuntos convexos do quadrado elementar. Com esta simplificação, poderíamos obter um algoritmo de mesma complexidade do algoritmo do Xu.

A teoria apresentada no Capítulo 9 foi implementada e aplicada para construir representações seqüenciais de operadores que podem ser construídos por composições de dilatações e erosões.

Um próximo passo para este trabalho pode ser encontrar somente os conjuntos viáveis C de maior cardinalidade e posteriormente utilizar os resultados dos Capítulos 4, 5, 6 e 7 para decompor seqüencialmente δ_C ou ε_{C^t}.

Outro próximo passo pode ser especializar este estudo para o caso de filtros alternados seqüenciais e tentar, usando algumas propriedades algébricas dessa classe de operadores, diminuir o espaço de busca para a solução da equação de fatorização de Minkowski.

Finalmente, podemos tentar encontrar algoritmos paralelos para os problemas que foram estudados nesta tese.